

“Año del Bicentenario, de la consolidación de nuestra Independencia, y de la conmemoración de las heroicas batallas de Junín y Ayacucho”

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
SISTEMAS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS**



TÍTULO DE LA PRÁCTICA: MOVIMIENTO PARABÓLICO DE UN PROYECTIL

CURSO: LABORATORIO - FÍSICA I

DOCENTE:

MACHACA CONDORI ÁLVARO DIEGO

PRESENTADO POR:

LLANOS TICONA BLANCA ROSARIO

GRUPO: 136 – 1pm a 3pm

SEMESTRE: II – 2024

ÍNDICE

1. RESUMEN.....	3
2. OBJETIVOS.....	4
3. FUNDAMENTO TEÓRICO	4
4. EQUIPOS Y MATERIALES	6
5. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	9
6. RESULTADOS	11
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS	12
8. CUESTIONARIO.....	14
9. CONCLUSIONES.....	20

1. RESUMEN

El presente informe describe el desarrollo de una práctica de laboratorio orientada al estudio del movimiento parabólico de un proyectil, llevada a cabo en el marco del curso de Física I. El objetivo principal fue analizar y corroborar experimentalmente las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un proyectil, midiendo la velocidad inicial, el tiempo de vuelo y el alcance máximo del proyectil, y comparando estos resultados con los valores teóricos calculados.

La práctica se realizó utilizando un sistema lanzador de proyectiles, fotopuertas y otros dispositivos que permitieron medir de manera precisa las variables involucradas. Los experimentos se llevaron a cabo con diferentes ángulos de lanzamiento (25° , 30° , 40° , 45° , 50° y 60°) para observar el comportamiento del proyectil y cómo el ángulo afecta su tiempo de vuelo y alcance.

Durante el experimento, se registraron los valores experimentales y teóricos de la velocidad inicial y el alcance máximo. Estos datos fueron analizados calculando el error porcentual, que es un indicador clave para evaluar la precisión del experimento. Los resultados indicaron que el error porcentual fue bajo en la mayoría de los casos, lo que señala que las mediciones experimentales fueron precisas y que los datos se ajustaron bien a las predicciones teóricas.

Se observó que el tiempo de vuelo y el alcance máximo alcanzan su valor óptimo alrededor del ángulo de 45° , lo que está en línea con la teoría del movimiento parabólico, la cual predice que este ángulo maximiza el rango horizontal del proyectil. En general, las diferencias entre los valores teóricos y experimentales fueron mínimas, lo que refuerza la validez de las leyes físicas aplicadas.

Esta práctica permitió no solo comprobar las leyes del movimiento parabólico, sino también analizar con rigor la relación entre los diferentes ángulos de lanzamiento y las variables físicas del proyectil.

2. OBJETIVOS

- Corroborar las ecuaciones correspondientes al movimiento de un proyectil.
- Comparar datos teóricos y experimentales del alcance máximo y la velocidad inicial.
- Medir la velocidad de un proyectil y su tiempo de vuelo.

3. FUNDAMENTO TEÓRICO

Teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa sobre un proyectil es su propio peso, la segunda Ley de Newton en forma de componentes rectangulares, indica que la aceleración como componente horizontal es nula, y como componente vertical está dirigida hacia abajo realizando un movimiento igual a la de la caída libre, cumpliéndose lo siguiente:

(1)

$$a_x = \sum \frac{F_x}{m} = 0$$

$$a_y = \sum \frac{F_y}{m} = -\frac{mg}{m} = -g$$

Se concluye que el movimiento puede definirse como una combinación de movimiento horizontal a velocidad constante y movimiento vertical uniformemente acelerado.

a. MOVIMIENTO PARÁBOLICO DE UN PROYECTIL

En este caso se lanza un objeto con cierto ángulo de elevación respecto a un plano horizontal de referencia. La velocidad en el punto de origen o donde inicia su recorrido está representada por el vector \vec{v}_0 (**velocidad inicial**), en este punto hacemos por conveniente $t = 0$, luego designamos el “ángulo de tiro” como θ_0 de modo que se pueda descomponer la velocidad inicial en:

- COMPONENTE HORIZONTAL (2)

$$V_x = v_0 \cos \theta_0; \text{cte}$$

- COMPONENTE VERTICAL (3)

$$V_y = v_0 \text{ sen } \theta_0 - gt$$

Como la aceleración horizontal a_x es nula tal como se ve en la ecuación (1), la componente horizontal v_x de la velocidad permanece constante durante el movimiento, para cualquier instante posterior $t > 0$. Y la aceleración vertical a_y es igual a g , pero en ascenso lo cual genera una desaceleración del objeto.

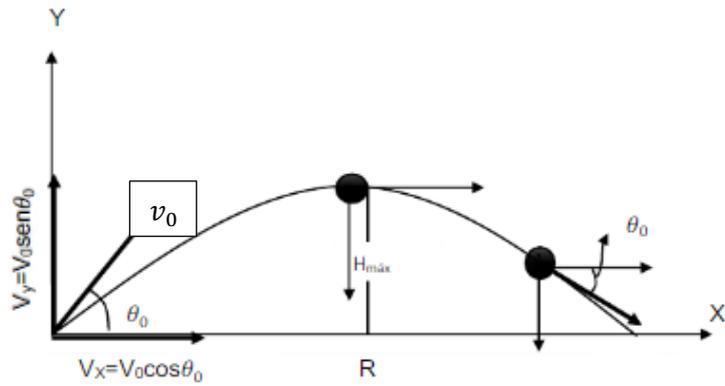


Figura 1. Trayectoria de un proyectil, lanzado con un ángulo de elevación θ_0 y con ángulo de elevación v_0 .

El vector velocidad v es tangente en todo instante a la trayectoria. Luego como V_x es constante, la abscisa “x” (alcance) en un instante cualquiera es:

(4)

$$X = (V_0 \cos \theta_0) t$$

Y la ordenada “y” es:

(5)

$$Y = (V_0 \sen \theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2$$

En el tiro con ángulo de elevación mayor a cero, el tiempo requerido para que el proyectil alcance la máxima altura h , lo calculamos haciendo $V_y = 0$ en la ecuación (3), entonces:

(6)

$$T_{sub} = \frac{V_0 \sen \theta_0}{g}$$

La “altura máxima” se obtiene sustituyendo (6) en la ecuación (5), lo cual da como resultado lo siguiente:

(7)

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sen^2 \theta_0}{2g}$$

El tiempo necesario para que el proyectil retorne al nivel de referencia de lanzamiento se denomina “tiempo de vuelo”, y es el doble del valor dado por la ecuación (6), reemplazando este valor en la ecuación (4), puede calcularse el “alcance máximo”, es decir la distancia horizontal recorrida, esto es:

(8)

$$R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$$

La ecuación de la trayectoria se obtiene despejando t en la ecuación (4) y reemplazando este valor en la ecuación (5), nos da la ecuación de una parábola

(9)

$$Y = x \tan \theta_0 - \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$$

b. TEORÍA DE ERROR

A menudo, en estos laboratorios hay que comparar un valor obtenido por medición con un valor estándar o generalmente aceptado. Para cuantificarlo, se puede calcular el porcentaje de error, que se define del siguiente modo:

$$E\% = \frac{\text{valor teórico} - \text{valor experimental}}{\text{valor teórico}} * 100\%$$

4. EQUIPOS Y MATERIALES

EQUIPOS Y MATERIALES	IMÁGENES
COMPUTADORA PERSONAL	
PROGRAMA CAPSTONE INSTALADO	

**INTERFACE SCIENCE
WORKSHOP 850**



**SISTEMA LANZADOR DE
PROYECTILES (ME-6831)**



**ADAPTADOR PARA
FOTOPUERTA**



DOS FOTOPUERTAS (ME-6821)



PAPEL CARBÓN, PAPER BOND



**ESFERA DE PLÁSTICO
(PROYECTIL)**



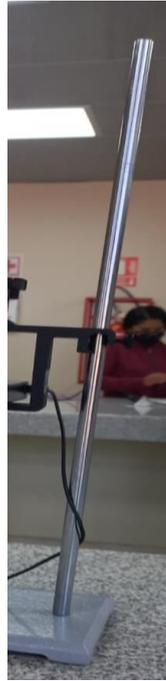
**ACCESORIO DE TIEMPO DE
VUELO**



UNA REGLA DE 1M



**SOPORTE UNIVERSAL,
FLEXÓMETRO 2M**



ABRAZADERA



5. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Procedimiento para la configuración de equipos y accesorios.

5.1. MOVIMIENTO PARABÓLICO

- a. Corroborar la adecuada conexión e instalación de la interface.
- b. Ingresar al programa Capstone.
- c. Seleccionar fotopuerta, de la lista de sensores y efectuar la conexión usando los cables para transmisión de datos, de acuerdo a lo indicado por Capstone.
- d. Ingresar la configuración del temporizador, para la fotopuerta y el accesorio para tiempo de vuelo.
- e. Coloque las fotopuertas en el adaptador y luego en el extremo del lanzador de proyectiles.
- f. Efectúe el montaje de dispositivos y accesorios tal como se muestra en la figura

5.2. DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD INICIAL

- a. Verificamos la elevación angular del lanzador de proyectiles.

- b. Insertamos con ayuda del tubo atascador la esfera de plástico o acero, en la primera posición (alcance corto) de compresión del resorte según sea el caso.
- c. Verificar la puntería, esta debe coincidir con la dirección del accesorio de tiempo de vuelo.
- d. Pulsar el botón de inicio.
- e. Tirar suavemente del cable que activa el disparador.
- f. Verificar el punto de alcance máximo correspondiente; de ser necesario ajuste la distancia de ubicación del accesorio de tiempo de vuelo.
- g. Anotamos los valores en la TABLA 2 del alcance máximo (fotopuerta al punto de impacto en el plano), el tiempo de vuelo, el ángulo empleado y anotamos la velocidad inicial en la TABLA 1; realizando la operación tres veces y tomamos su promedio.
- h. Hacemos una variación de la posición angular según lo mostrado en la tabla.

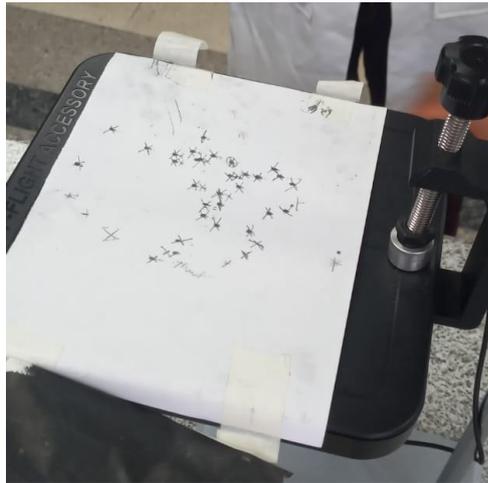


Figura 2. Se muestra las veces y los lugares donde cayó la pelotita en los diferentes ángulos.



Figura 3. Se muestra el tiempo de vuelo y la velocidad en que lo hizo, junto con el lanzador.

6. RESULTADOS

Tabla 1.

Datos registrados para la velocidad inicial y tiempo de vuelo, usando la esfera de plástico

Ángulo de tiro (°)	Intentos	Tiempo de vuelo (s)	Velocidad inicial experimental (m/s)	Velocidad inicial teórica (m/s)	Error porcentual (%)
0.437 (25°)	1	0.39	4.45	4.5220	0.015922
	2	0.38	4.49	4.406057	-0.019051
	3	0.38	4.50	4.406057	-0.021321
	Promedio	0.383333	4.48	4.444320	-0.008028
0.524 (30°)	1	0.46	4.49	4.508	0.0039929
	2	0.46	4.47	4.508	0.0084294
	3	0.46	4.46	4.508	0.0106477
	Promedio	0.46	4.47333	4.508	0.0076974
0.698 (40°)	1	0.58	4.38	4.419906	0.0090286
	2	0.59	4.39	4.496111	0.023600
	3	0.59	4.45	4.4961119	0.0102559
	Promedio	0.5866667	4.4066667	4.4707051	0.0143255
0.785 (45°)	1	0.64	4.44	4.435016	-0.001123
	2	0.64	4.41	4.435016	0.0056405
	3	0.65	4.46	4.504313	0.0098379
	Promedio	0.643333	4.4366667	4.4580922	0.0048074
0.873 (50°)	1	0.69	4.40	4.413838	0.0031351
	2	0.70	4.40	4.477806	0.0173759
	3	0.70	4.43	4.477806	0.0106762
	Promedio	0.6966667	4.41	4.4564412	0.0104211
1.047 (60°)	1	0.79	4.37	4.469976	0.0223661
	2	0.79	4.38	4.469976	0.0201289
	3	0.80	4.38	4.526558	0.0323773
	Promedio	0.793333	4.3766667	4.488818	0.0249860

Tabla 2.

Datos registrados para alcance máximo, usando la esfera de plástico.

Ángulo de tiro (°)	Intentos	Alcance máximo experimental (m)	Alcance máximo teórico (m)	Error porcentual (%)
0.437 (25°)	1	1.565	1.5983202	0.0208470
	2	1.595	1.5174099	-0.051133
	3	1.52	1.5174099	-0.001706
	Promedio	1.56	1.5438792	-0.010441
0.524 (30°)	1	1.785	1.7958068	0.0060177
	2	1.775	1.7958068	0.0208068
	3	1.785	1.7958068	0.0060177
	Promedio	1.781666	1.7958068	0.0078743
0.698 (40°)	1	1.955	1.9631253	0.0041389
	2	1.965	2.0314026	0.0326880
	3	2.01	2.0314026	0.0105358
	Promedio	1.976666	2.0085100	0.0158575

0.785 (45°)	1	2.045	2.0070782	-0.018894
	2	2.015	2.0070782	-0.003946
	3	2.06	2.07028934	0.0049700
	Promedio	2.04	2.02801880	-0.005907
0.873 (50°)	1	1.985	1.9577387	-0.013924
	2	1.99	2.0148954	0.012355
	3	2.02	2.0148954	-0.002533
	Promedio	1.998333	1.9957140	-0.001310
1.047 (60°)	1	1.727	1.7656401	0.021884
	2	1.72	1.7656401	0.0258490
	3	1.7	1.810622	0.0610961
	Promedio	1.7156666	1.780556	0.0364436

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Según (LLanos, 2024), se deduce:

PRIMERA TABLA:

La tabla presenta datos experimentales y teóricos relacionados con el análisis de un proyectil siendo lanzado a diferentes ángulos y concluyendo a ciertos puntos.

1. **Ángulo de tiro usados (°):** Representa los diferentes ángulos en los que se lanza el proyectil (25°, 30°, 40°, 45°, 50°, 60°). Cada ángulo genera un cambio en el tiempo de vuelo y la velocidad del proyectil, lo cual tiene un impacto en su comportamiento físico.
2. **Intentos:** Para cada ángulo, se realizaron tres intentos, lo que permite calcular un valor promedio y analizar la variabilidad de los datos.
3. **Tiempo de vuelo (s):** Este dato mide el tiempo que el proyectil permanece en el aire. A medida que aumenta el ángulo, el tiempo de vuelo promedio también parece aumentar, lo que es consistente con la teoría de lanzamiento de proyectiles, en la que el tiempo de vuelo se maximiza en torno a los 45°.
4. **Velocidad inicial experimental (m/s):** Es la velocidad medida experimentalmente. A través de la tabla podemos ver que para los diferentes ángulos la velocidad experimental varía, aunque no de manera lineal debido a las variaciones en los intentos individuales.
5. **Velocidad inicial teórica (m/s):** La velocidad calculada a partir de fórmulas teóricas. Se compara con los valores experimentales para determinar la precisión del experimento.
6. **Error porcentual (%):** El error porcentual compara la diferencia entre los valores experimentales y los teóricos. Los valores son pequeños, lo que indica que el experimento se llevó a cabo con precisión. El error más grande se puede evidenciar en los ángulos de 25° y 60°, aunque sigue siendo menor al 0.05%.

Observaciones:

- El tiempo de vuelo aumenta conforme aumenta el ángulo, con un pico cerca de los 45° (0.5867 s), lo cual coincide con lo esperado teóricamente en la trayectoria parabólica.
- La velocidad inicial experimental es bastante consistente con la teórica, mostrando una pequeña diferencia que es evidente en el error porcentual, siempre cercano al 0%, lo que habla de una alta precisión en las mediciones experimentales.
- La relación entre el ángulo de lanzamiento y la velocidad inicial parece indicar que el valor máximo de la velocidad inicial no depende mucho del ángulo, aunque pequeñas fluctuaciones se observan.

Por último, la tabla proporciona evidencia clara de que el experimento de lanzamiento se llevó a cabo con precisión, ya que el error porcentual es bajo en todos los casos. Los tiempos de vuelo y las velocidades iniciales están dentro de los rangos esperados teóricamente, lo que valida la consistencia de los datos experimentales con los modelos físicos teóricos.

SEGUNDA TABLA:

La tabla muestra los datos registrados para el alcance máximo de una esfera de plástico lanzada a diferentes ángulos. Estos datos incluyen tanto los valores experimentales como los teóricos y el error porcentual asociado.

1. **Ángulo de tiro ($^\circ$):** Varía entre 25° , 30° , 40° , 45° , 50° y 60° . Como en la tabla anterior, se espera que el ángulo afecte el alcance máximo del proyectil.
2. **Intentos:** Al igual que en la primera tabla, para cada ángulo se realizaron tres intentos, permitiendo calcular un promedio del alcance máximo experimental.
3. **Alcance máximo experimental (m):** Representa la distancia máxima medida experimentalmente a la que llegó la esfera en cada lanzamiento. Este valor varía con el ángulo de tiro y muestra un aumento progresivo hasta cierto punto, como lo esperado en el análisis teórico del movimiento parabólico.
4. **Alcance máximo teórico (m):** Es el valor calculado del alcance máximo usando las ecuaciones del movimiento parabólico. Esto permite comparar el rendimiento experimental con lo que predice la teoría.
5. **Error porcentual (%):** Mide la diferencia entre los valores experimentales y teóricos en términos relativos. Los valores de error porcentual son en su mayoría bajos, lo que indica que el experimento es consistente con la teoría, pero hay pequeñas variaciones en algunos ángulos.

Analizando tenemos:

- Relación entre el ángulo y el alcance:
 - El alcance máximo parece estar alrededor de los 45° , lo que es coherente con las predicciones teóricas del lanzamiento de proyectiles. Este es el ángulo que maximiza el rango de un proyectil en condiciones ideales.
 - Para ángulos menores y mayores a 45° , el alcance disminuye, lo que también es consistente con lo esperado teóricamente.
- Comparación entre valores experimentales y teóricos:
 - A pesar de que hay ligeras diferencias, los valores experimentales siguen bastante de cerca a los teóricos.
 - El error porcentual es bajo en general, aunque se puede observar que en algunos casos es mayor (por ejemplo, para el ángulo de 25° en el intento 2, con un error de -0.051133%).
 - Para el ángulo de 60° , el error porcentual es algo más elevado (hasta un 0.0364%), lo cual puede deberse a factores experimentales como la resistencia del aire o errores de medición.

Observaciones:

- Tendencia del error porcentual: La mayor parte de los errores se encuentran entre -0.05% y 0.03% , lo cual sugiere que el experimento tiene un margen de error relativamente bajo. Los datos experimentales se acercan bastante a los teóricos.
- Alcance máximo: El valor más alto del alcance experimental se observa en el ángulo de 45° con un promedio de 1.976666 m, lo que es consistente con la teoría del lanzamiento de proyectiles.

Por último, nos da a entender que la tabla confirma que el comportamiento del proyectil sigue los principios teóricos del movimiento parabólico, ya que el alcance máximo se obtiene en torno a los 45° , y los errores entre los valores experimentales y teóricos son pequeños. La precisión del experimento es alta, aunque hay ligeras discrepancias, probablemente debido a factores externos como condiciones ambientales o errores en la medición.

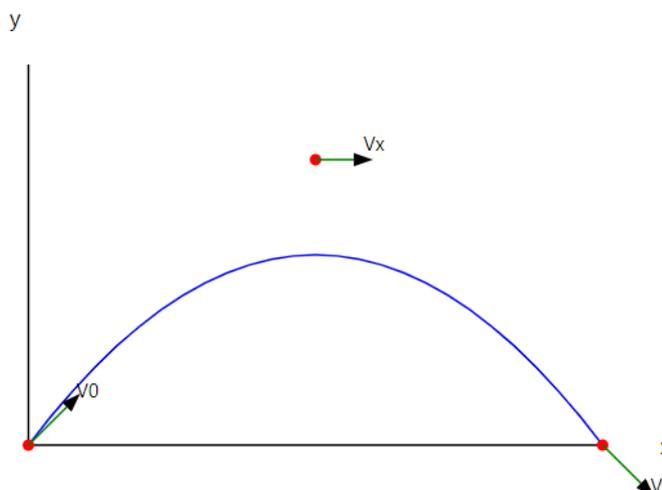
8. CUESTIONARIO

1. ¿Cuáles son los factores que influyen en el movimiento parabólico?

- La gravedad
- Velocidad inicial
- Ángulo de lanzamiento
- Resistencia del aire

- Masa del objeto
 - Altura inicial
2. ¿Qué fuentes de error se presenta en el experimento?
- Errores instrumentales: Calibración incorrecta del equipo.
 - Error humano: Lectura incorrecta de los datos de medición y errores de cálculo.
 - Limitación del equipo: Mala precisión y exactitud de los instrumentos.
3. Describe cómo cambiaron la velocidad en la dirección “x” y la velocidad en la dirección “y” del proyectil durante su vuelo. Dibujar un diagrama.

Explicación: La velocidad de la dirección “x” permanece constante durante todo el vuelo y no cambia puesto que se puede asumir que no hay fuerzas horizontales actuando sobre ese proyectil a comparación de la dirección “y”, que en este caso si cambia constantemente debido a la aceleración de la gravedad y disminuye durante su ascenso, llegando a “cero” en su punto más alto, pero aumentando en su descenso, siendo máxima justo antes del impacto.



4. Compare los resultados obtenidos en la Tabla 1 del tiempo de vuelo experimental con el tiempo de vuelo calculado teóricamente y determine el error porcentual correspondiente.

Tabla 3. Hallar tiempo de vuelo teórico

Ángulo de tiro (°)	Intentos	Velocidad inicial teórica (m/s)	Tiempo de vuelo experimental (s)	Tiempo de vuelo teórico (s)	Error porcentual (%)
0.437 (25°)	1	4.5220	0.39	0.390016	0.000041
	2	4.406057	0.38	0.380356	0.000788
	3	4.406057	0.38	0.380356	0.000788
	Promedio	4.444320	0.383333	0.383316	0.000041
0.524 (30°)	1	4.508	0.46	0.46	0
	2	4.508	0.46	0.46	0
	3	4.508	0.46	0.46	0

	Promedio	4.508	0.46	0.46	0
0.698 (40°)	1	4.419906	0.58	0.579820	-0.00031
	2	4.496111	0.59	0.590315	0.000533
	3	4.4961119	0.59	0.590315	0.000533
	Promedio	4.4707051	0.5866667	0.586472	-0.00090
0.785 (45°)	1	4.435016	0.64	0.640725	0.00109
	2	4.435016	0.64	0.640725	0.00109
	3	4.504313	0.65	0.649383	-0.00095
	Promedio	4.4580922	0.6433333	0.643322	-0.00001
0.873 (50°)	1	4.413838	0.69	0.689439	-0.00081
	2	4.477806	0.70	0.700383	0.000054
	3	4.477806	0.70	0.700383	0.000054
	Promedio	4.4564412	0.6966667	0.696700	0.000048
1.047 (60°)	1	4.469976	0.79	0.790027	0.000034
	2	4.469976	0.79	0.790027	0.000034
	3	4.526558	0.80	0.800023	0.000028
	Promedio	4.488818	0.7933333	0.793562	0.000288

5. Sin tener en cuenta la resistencia del aire, ¿en qué dirección actuaba la fuerza sobre el proyectil durante el vuelo? ¿En qué dirección se aceleraba el proyectil durante el vuelo?

Teniendo en cuenta que no existe una resistencia del aire, la única fuerza que actuaría sobre un proyectil durante su vuelo sería la gravedad, y esta fuerza siempre actúa hacia abajo, es decir en dirección al centro de la tierra. Entonces tanto la fuerza gravitacional y la aceleración de del proyectil siempre actúa hacia abajo durante su trayectoria.

Significa que a medida que el proyectil asciende su velocidad disminuye debido a la aceleración negativa y cuando desciende su velocidad aumenta.

6. ¿Qué ángulo θ lanzó el proyectil más lejos? Explica conceptualmente por qué crees que este ángulo proporciona el máximo alcance.

El de 45° ya que es un punto de equilibrio donde la velocidad horizontal y el tiempo de vuelo están optimizados para lograr la mayor distancia horizontal posible, aparte de que al momento de realizar la descomposición de la velocidad inicial y la influencia de la gravedad en el movimiento del proyectil, v_x y v_y son dos ángulos iguales, brindándonos una combinación de equilibrio, también influye el efecto de la gravedad donde actúa constantemente hacia abajo, disminuyendo su velocidad del proyectil, significando que un ángulo mayor de 45° favorece a la velocidad horizontal pero reduce el tiempo de vuelo, es decir, este ángulo aumenta la altura y el tiempo en el aire pero disminuye la velocidad horizontal.

Entonces podemos determinar que el ángulo de 45° equilibra estos efectos, maximiza el tiempo de vuelo sin sacrificar su velocidad horizontal.

7. ¿El alcance máximo horizontal puede llegar a ser igual a la máxima altura del proyectil? Si es así, encontrar el ángulo de disparo para el cual se cumple.

Sí es posible y se puede demostrar a través del alcance horizontal y la máxima altura, es decir igualando ambos (donde la velocidad inicial y gravedad debe ser diferente de cero)

$\text{sen}(2\theta) = \frac{1}{2}\text{sen}^2(\theta)$ y hacemos uso de la identidad de Seno dándonos como respuesta $4 \text{sen}(\theta) \cos(\theta) = \text{sen}^2(\theta)$ y reorganizando la ecuación tenemos $\text{sen}(\theta)(\text{sen}(\theta) - 4 \cos(\theta)) = 0$, dándonos 2 posibles soluciones: $\text{sen}(\theta) = 0$ y $\text{sen}(\theta) = 4\cos(\theta)$, teniendo al final $\tan(\theta) = 4$, siendo este último igual a 75.96° .

8. ¿Qué ángulo se ha empleado para obtener una máxima altura en este experimento?

Demostrar.

Fue el ángulo de 50° .

Aplicando la fórmula de altura máxima donde $\text{sen}^2(\theta)$

- $25^\circ = 0.1564$
- $30^\circ = 0.25$
- $40^\circ = 0.4270$
- $45^\circ = 0.5$
- $50^\circ = 0.766$
- $60^\circ = 0.75$

9. Proporciona una explicación conceptual de por qué el alcance fue aproximadamente el mismo cuando $\theta = 30^\circ$ y $\theta = 60^\circ$.

Se puede explicar a través de la simetría en el lanzamiento de proyectiles, descomponiendo la velocidad, siendo así que cuando el proyectil es lanzado, su velocidad inicial V_0 se divide en componentes horizontal y vertical, también por la relación de 90° que presenta, significando que cuando un proyectil se lanza en 30° , su componente vertical es menor y el horizontal es mayor en comparación con el lanzamiento a 60° donde el componente vertical es mayor y el horizontal es menor.

Sin embargo, a pesar de estas diferencias en sus componentes, el producto $\text{sen}(2\theta)$ para ambos ángulos resulta ser el mismo:

$$\text{sen}(2 * 30^\circ) = \text{sen}(60^\circ)$$

$$\text{sen}(2 * 60^\circ) = \text{sen}(120^\circ)$$

$$\text{sen}(60^\circ) = \text{sen}(120^\circ)$$

Debido a esta simetría en la descomposición de las componentes de velocidad y el comportamiento de la función $\text{sen}(2\theta)$, los proyectiles lanzados a 30° y 60° alcanzan distancias horizontales similares. Ambos ángulos, aunque diferentes, optimizan de manera complementaria las componentes de velocidad y el tiempo de vuelo, resultando en alcances casi equivalentes.

10. ¿Cuál es el ángulo que maximiza el alcance del proyectil? ¿Por qué?

El de 45° porque proporciona un equilibrio ideal entre las componentes horizontal y vertical de la velocidad, maximiza el tiempo de vuelo y utiliza de manera eficiente la función seno para alcanzar el máximo alcance. Este comportamiento es fundamental en la física del lanzamiento de proyectiles y se ha verificado experimentalmente en la sesión anterior.

11. ¿Cuál es la aceleración de un proyectil disparado verticalmente hacia arriba? ¿Cuál es la aceleración del proyectil hacia abajo? ¿Es positiva o negativa? Explica tus razones.

La aceleración de un proyectil en movimiento vertical es constante y vale -9.8 m/s^2 , tanto al subir como al bajar. Este valor negativo refleja que la aceleración siempre apunta hacia el centro de la Tierra debido a la gravedad. En nuestro sistema de coordenadas vertical, consideramos "hacia arriba" como positivo y "hacia abajo" como negativo. Por lo tanto, aunque el proyectil esté cayendo, su aceleración sigue siendo negativa porque mantiene la misma dirección hacia abajo. Es importante no confundir la dirección del movimiento (que cambia) con la dirección de la aceleración (que no cambia). La velocidad, en cambio, sí varía: disminuye al subir hasta llegar a cero en el punto más alto, y luego aumenta al bajar. Esta aceleración constante y negativa explica por qué el movimiento vertical es simétrico, con tiempos iguales de subida y bajada, ignorando la resistencia del aire. Comprender que la aceleración mantiene su signo negativo incluso cuando el proyectil cae es crucial para analizar correctamente el movimiento bajo la influencia de la gravedad.

DEMOSTRACIONES DE LAS ECUACIONES INICIALES:

1. Demostrar la ecuación de alcance (Ecuación 4) a partir de la ecuación de velocidad horizontal (Ecuación 2):

$$\text{Ecuación 2: } vx = v_0 \cos(\theta_0); \text{cte}$$

$$\text{Ecuación 4: } x = v_0 \cos \theta_0 t$$

SOLUCIÓN:

$$x = x_0 + vx t$$

$$x_0 = 0$$

$$x = v_0 \cos(\theta_0) t$$

2. Demostrar la ecuación de altura (Ecuación 5) a partir de la ecuación de velocidad vertical (Ecuación 3):

$$\text{Ecuación 3: } vy = v_0 \text{ sen } \theta_0 - gt$$

$$\text{Ecuación 5: } y = \text{sen } \theta_0 t - 1/2 gt^2$$

SOLUCIÓN:

$$y = y_0 + v_{0y} t + 1/2 a_y t^2$$

$$y_0 = 0, v_{0y} = v_0 \text{ sen } \theta_0, a_y = -g:$$

$$y = v_0 \text{ sen } \theta_0 t - 1/2 gt^2$$

3. Demostrar la ecuación del tiempo de subida (Ecuación 6) a partir de la ecuación de velocidad vertical (Ecuación 3):

$$\text{Ecuación 3: } vy = v_0 \text{ sen } \theta_0 - gt$$

$$\text{Ecuación 6: } t_{\text{sub}} = v_0 \text{ sen}(\theta_0) / g$$

SOLUCIÓN:

$$v_y = 0$$

$$0 = v_0 \operatorname{sen} \theta - g t_{\text{sub}}$$

Despejando t_{sub} :

$$t_{\text{sub}} = v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g$$

4. Sustituyendo la ecuación 6 en 5 demostrar la ecuación 7.

Ecuación 6: $t_{\text{sub}} = v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g$

Ecuación 5: $y = v_0 \operatorname{sen} \theta t - 1/2 g t^2$

Ecuación 7: $h_{\text{max}} = v_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta / (2g)$

SOLUCIÓN:

$$h_{\text{max}} = v_0 \operatorname{sen} \theta (v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g) - 1/2 g (v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g)^2$$

Simplificando: $h_{\text{max}} = v_0^2 \operatorname{sen}^2(\theta) / g - 1/2 (v_0^2 \operatorname{sen}^2(\theta) / g)$

$$h_{\text{max}} = v_0^2 \operatorname{sen}^2(\theta) / (2g)$$

5. Demostrar la ecuación 8 sustituyendo el tiempo de vuelo en la ecuación 4:

Tiempo de vuelo: $t_{\text{vuelo}} = 2v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g$

Ecuación 4: $x = v_0 \cos \theta t$

Ecuación 8: $R = v_0^2 \operatorname{sen}(2\theta) / g$

SOLUCIÓN:

Sustituimos t en la ecuación 4 por t_{vuelo} :

$$R = v_0 \cos \theta (2v_0 \operatorname{sen}(\theta) / g)$$

Simplificando: $R = 2v_0^2 \cos \theta \operatorname{sen}(\theta) / g$

Usando la identidad trigonométrica $\operatorname{sen}(2\theta) = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$:

$$R = v_0^2 \operatorname{sen}(2\theta) / g$$

6. Demostrar la ecuación 9 despejando t de la ecuación 4 y reemplazando en la ecuación 5:

Ecuación 4: $x = v_0 \cos \theta t$

Ecuación 5: $y = v_0 \operatorname{sen} \theta t - 1/2 g t^2$

Ecuación 9: $y = x \tan \theta - (g / (2v_0^2 \cos^2(\theta))) x^2$

SOLUCIÓN:

De la ecuación 4, despejamos t :

$$t = x / (v_0 \cos \theta)$$

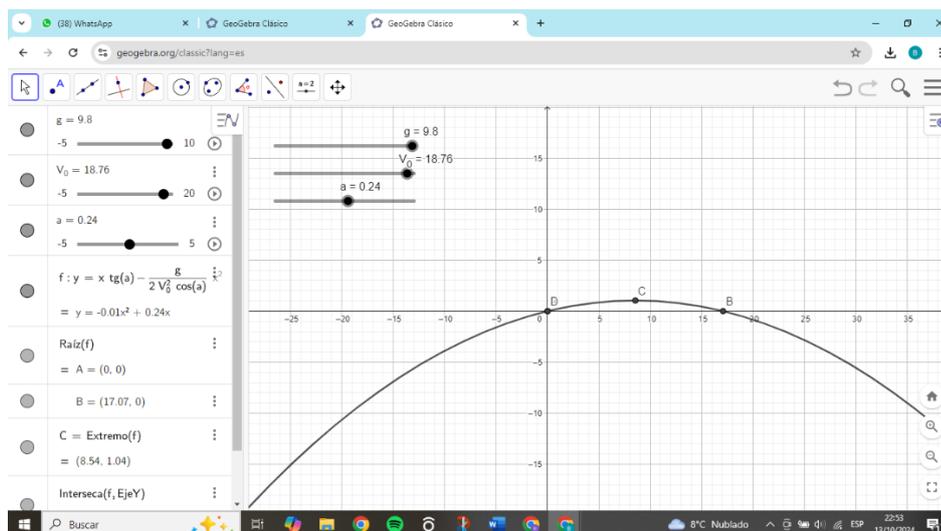
Sustituimos en la ecuación 5:

$$y = v_0 \operatorname{sen} \theta (x / (v_0 \cos \theta)) - 1/2 g (x / (v_0 \cos \theta))^2$$

Simplificando: $y = x \tan \theta - (g / (2v_0^2 \cos^2(\theta))) x^2$

7. Graficar la ecuación de la parábola utilizando GeoGebra o cualquier Software que le apetezca.

$$y = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\theta)} x^2$$



9. CONCLUSIONES

- La precisión experimental en el experimento demostró ser preciso, ya que el error porcentual entre los datos teóricos y experimentales fue generalmente menor al 0.05%, lo que valida la correcta aplicación de las ecuaciones del movimiento parabólico en el laboratorio.
- El ángulo óptimo para el alcance máximo es el ángulo de 45° , el cual resultó ser el que genera el mayor alcance del proyectil, conforme a lo predicho por la teoría, ya que este ángulo equilibra las componentes vertical y horizontal de la velocidad.
- Aunque hubo ligeras variaciones en los resultados debido a factores experimentales, los datos obtenidos se ajustaron bien a las predicciones teóricas, confirmando la validez del modelo de movimiento parabólico utilizado en el experimento.