



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

PUNO

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
SISTEMAS**

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

– FÍSICA 1 –



EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE

TRABAJO Y ENERGIA

Grupo A

DOCENTE:

Dr. Carlos Carcausto Quispe

SEGUNDO SEMESTRE

2024-2

#2-Arela Apaza Dario Jose

Problema:

Conforme un objeto se mueve a lo largo del eje X desde $X = 0\text{m}$, hasta $X = 20\text{m}$, actúa sobre el una fuerza dada por $F_x = (20x - x^2)\text{N}$. Determine el trabajo realizado por F_x sobre le objeto durante ese recorrido:

Solución:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

$$w = \int_0^{20} (20x - x^2) dx$$

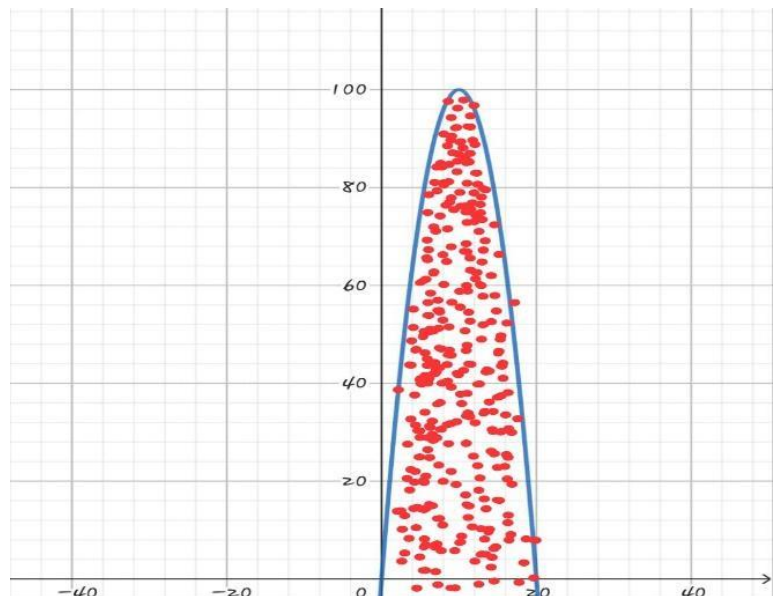
$$w = 10x^2 \Big|_0^{20} - \frac{x^3}{3} \Big|_0^{20}$$

$$w = 10[(20)^2 - (0)^2] - \frac{1}{3} [(20)^3 - (0)^3]$$

$$w = 4000 - \frac{8000}{3}$$

$$w = \frac{4000}{3}$$

$$\underline{w = 1,33 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

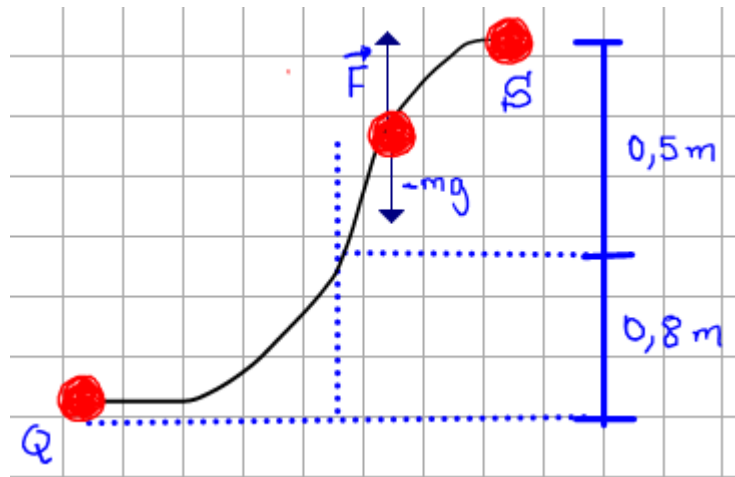


Fuente:

#03 - Arisaca Torres Mark Gregory

Problema:

A lo largo del alambre que se indica en la figura, se desplaza lentamente una bolita de masa de 20g sin rozamiento, desde el punto Q hacia S. ¿Qué trabajo se ha realizado?



Solución:

$$w = \Delta E_p$$

$$w = -(mgh_f - mgh_0)$$

$$w = -(mgh_f - 0)$$

$$w = mgh_f$$

$$w = -20 \times 10^{-3} \times 9.8 \times (0.5 + 0.8) \text{ joule}$$

$$w = -0.025 \text{ J}$$

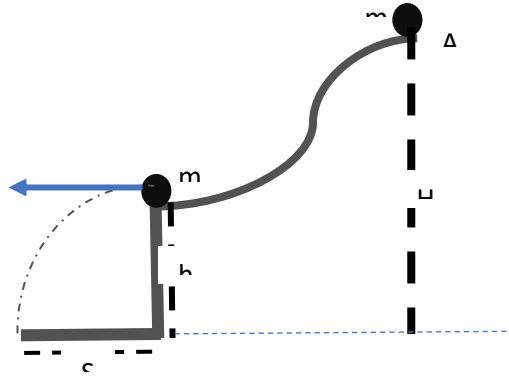
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°22)

#5 - Benito Chambi Miguel Angel

Problema:

Una esfera parte del punto A y desliza por la rampa lisa de altura H que tiene un desnivel h.

- ¿Con que altura h de desnivel la esferita recorrerá la mayor distancia S?
- ¿A qué es igual S?



Solución:

- P.C.E:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}mV^2 - 0\right) + (mgh - mgH) = 0$$

$$V^2 = \frac{(mgH - mgh)2}{m}$$

$$V^2 = \frac{2mg(H - h)}{m}$$

$$V = \sqrt{2g(H - h)}$$

- Usamos la caída libre:

$$t_{caida} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Ahora usamos el MRU:

$$S = vt_{caida}$$

$$S = \sqrt{2g(H - h)} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$S = \sqrt{4h(H - h)}$$

- Para "S" mayor recorrido o mayor distancia (máximo):

$$\frac{dS}{dh} = 0$$

$$\frac{d(\sqrt{4h(H - h)})}{dh} = 0$$

- Usamos la derivada del producto y la regla de la cadena:

$$\frac{1}{2}(4h(H - h))^{-1/2} \times (4(H - h) + 4h(-1)) = 0$$

$$\frac{1}{2}(4h(H - h))^{-1/2} \times (4H - 8h) = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{4h(H - h)}} \times 2(2H - 4h) = 0$$

$$\frac{2H - 4h}{\sqrt{4h(H - h)}} = 0$$

$$2H = 4h$$

$$h = \frac{H}{2}$$

- Ahora hallamos S, reemplazando h en S:

$$S = \sqrt{4h(H - h)}$$

$$S = \sqrt{4 \cdot \frac{H}{2} \left(H - \frac{H}{2}\right)}$$

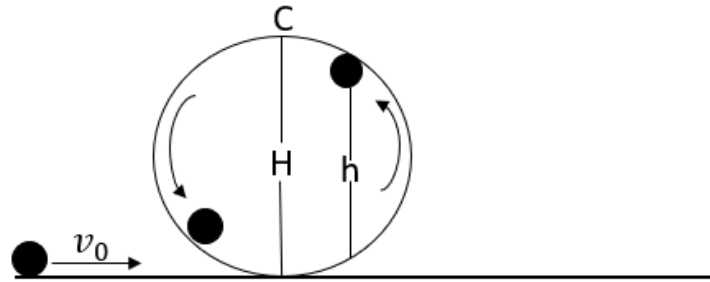
$$S = \sqrt{H^2}$$

$$\underline{S = H}$$

#8 - Ccapa Ancco Giampier Litmar

Problema:

A una partícula se le comunica una velocidad $v_0 = \sqrt{2gH}$ para que pueda pasar del punto A a C, siguiendo el camino del aro de diámetro H. Hallar la altura h, donde se desprende el cuerpo.



Solución:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$$

$$mgH = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$gH = gh + \frac{1}{2}v^2 \dots\dots 1)$$

$$m \frac{v^2}{r} = m \frac{v^2}{\frac{H}{2}} = mg \cos \theta; \cos \theta = \frac{h - \frac{H}{2}}{\frac{H}{2}} = \frac{2h}{H} - 1$$

$$v^2 = g(h - \frac{H}{2}) \dots\dots 2)$$

De 2 en 1:

$$gH = gh + \frac{1}{2}g(h - \frac{H}{2})$$

$$gH = gh + \frac{1}{2}g(h - \frac{H}{2})$$

$$h = \frac{5}{6}H = 0.83H$$

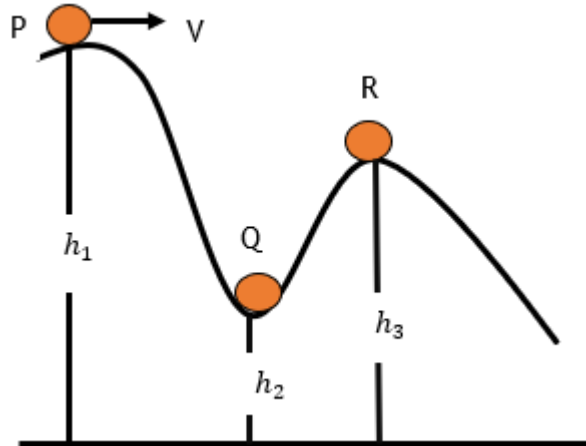
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°2)

#10 - Checma Montalvo Jesus Vidal

Problema:

Si un móvil se desplaza sin fricción sobre el alambre de la figura. Si la velocidad del cuerpo es de 5m/seg. cuando se halla en P ¿Cual será su velocidad en Q y en R?

Si $h_1 = 100\text{cm}$, $h_2 = 50\text{cm}$, $h_3 = 80\text{cm}$.



Solución:

APLICO P.E.C

$$\Delta U + \Delta k = 0$$

PARA Q : $(U_p - U_Q) + (k_Q - k_p) = 0$

$$(mgh_1 - mgh_2) + \left(\frac{1}{2}mv_Q^2 - \frac{1}{2}mv_P^2\right)$$

$$(gh_1 - gh_2) + \left(\frac{1}{2}v_Q^2 - \frac{1}{2}v_P^2\right)$$

$$\frac{1}{2}v_Q^2 = (gh_1 - gh_2) + \frac{1}{2}v_P^2$$

$$v_Q^2 = (gh_1 - gh_2) + v_P^2$$

$$v_Q^2 = 2 \cdot g(h_1 - h_2) + v_P^2$$

$$v_Q^2 = 2 \cdot 9,81(1 - 0,5) + 5^2$$

$$v_Q^2 = 9,81 + 25$$

$$v_Q = \sqrt{34,81}$$

$$v_Q = 5,9 \text{ m/s}$$

PARA R : $(U_p - U_R) + (k_R - k_p) = 0$

$$(mgh_1 - mgh_3) + \left(\frac{1}{2}mv_R^2 - \frac{1}{2}mv_P^2\right)$$

$$(gh_1 - gh_3) + \left(\frac{1}{2}v_R^2 - \frac{1}{2}v_P^2\right)$$

$$\frac{1}{2}v_R^2 = (gh_1 - gh_3) + \frac{1}{2}v_P^2$$

$$v_R^2 = (gh_1 - gh_3) + v_P^2$$

$$v_R^2 = 2 \cdot g(h_1 - h_3) + v_P^2$$

$$v_R^2 = 2 \cdot 9,81(1 - 0,8) + 5^2$$

$$v_R^2 = 3,92 + 25$$

$$v_Q = \sqrt{28,92}$$

$$v_Q = 5,3 \text{ m/s}$$

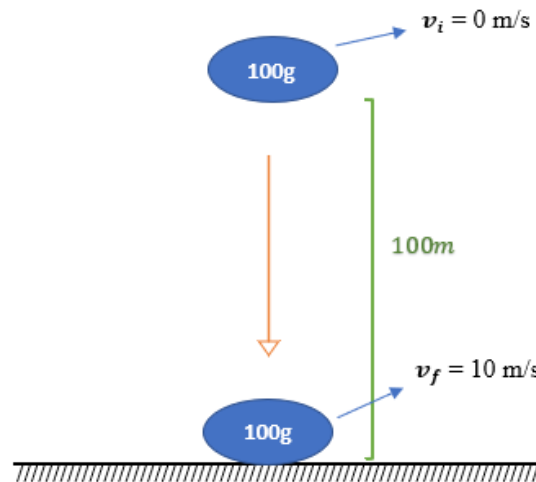
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°10)

#11 - Chura Yupa Franklin Alfred

Problema:

Un cuerpo de 100g cae de una altura de 100 m, a través del aire. Si el cuerpo llega al suelo con una velocidad de 10 m/s. ¿Cuánta energía se perdió como trabajo contra la fricción del aire?

Solución:



Por P.C.E. tenemos que:

$$\Delta K + \Delta U = W_f$$

Siendo W_f el trabajo hecho por una fuerza no conservativa

$$W_f = (mgh_2 - mgh_1) + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right)$$

$$W_f = (0 - mgh_1) + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - 0 \right)$$

Reemplazando tenemos:

$$W_f = (0 - (0.1)(9.8)(100)) + \left(\frac{1}{2}(0.1)(10)^2 - 0 \right)$$

(recordemos que la unidad de masa se debe convertir a kilogramos)

$$W_f = -98 + 5$$

$$W_f = -93 \text{ J}$$

Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°12)

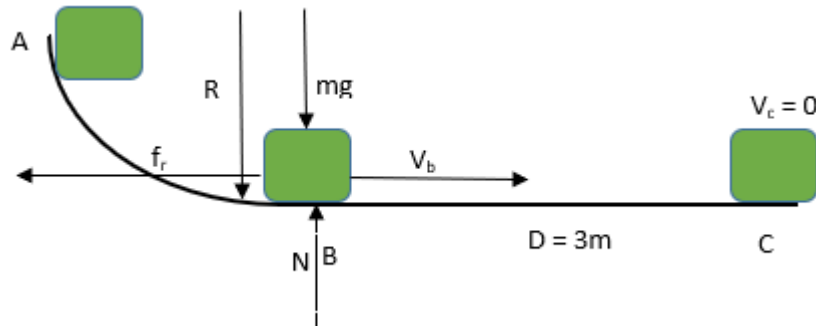
#13 - Coaquira Idme Taylor Yampier

Problema:

Un cuerpo que pesa 2kg se abandona partiendo del reposo en A, describe una circunferencia cuando llega a B radio de 2m. tiene una velocidad de 4 m/seg y se detiene en C, después de recorrer 3 metros, debido a la fuerza de rozamiento.

- ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento en la región \overline{BC} ?
- ¿Cuál es el trabajo en contra de las fuerzas de rozamiento de A y B?

Solución:



- En el tramo \overline{BC} por el P.C.E:

$$\Delta K + \Delta U = W_{fr}$$

$$(0 - \frac{1}{2}mV_B^2) + (0 - 0) = -(mgu)d$$

$$\frac{1}{2} * 16 = 9.81 * 3 * u$$

$$u = 0.26$$

- En el tramo \overline{AB} por el P.C.E.

$$\Delta K + \Delta U = W_{fr}$$

$$(\frac{1}{2}mV_B^2 - 0) + (0 - (-mgR)) = W_{fr}$$

$$(\frac{1}{2} * 2 * 4^2 - 0) + (0 + 2 * 9.81 * 2) = W_{fr}$$

$$W_{fr} = -23,2 \text{ J}$$

Rpta: a) u = 0,26

b) Wfr = -23,2 J

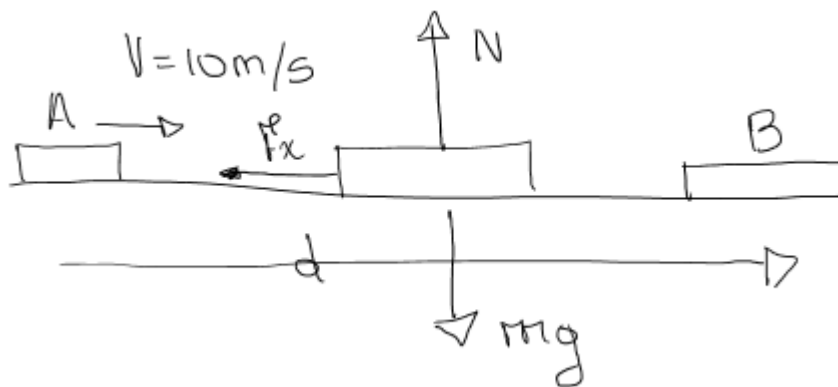
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°4)

#14 Cutipa Nina Vanesa May

Problema:

Un cuerpo de 10 kg de masa está moviéndose en un instante dado con una velocidad de 10m/s sobre una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción entre el cuerpo y la superficie es 0.2 la distancia que recorrerá el cuerpo a partir de ese instante antes de pararse vale:

Solución:



$$W_{FNC} = E - E_0$$

$$-fkd = 0 - K_A$$

$$\mu kNd = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\mu kmgd = \frac{1}{2}mv^2$$

$$d = \frac{v^2}{2\mu g}$$

$$d = \frac{100}{2(0.2)(9.8)}$$

$$d = 25.51 \text{ m}$$

Fuente:



#19 - Llanos Ticona Blanca Rosario

Problema:

Un vagón para tráfico rápido tiene peso de 93 T y una velocidad de 40 m/segundo. El vagón es frenado y recorre todavía 6.4 km. ¿Qué resistencia oponen los frenos?

Solución:

DATOS:

- Peso de vagón (m): 93T = 93 000 Kg
- Velocidad (v): 40 m/s
- Distancia de frenado (d): 6.4 km = 6 400 m

1. Calculamos la energía cinética:

$$KE = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$KE = \frac{1}{2} * 93000 * 40^2$$

$$KE = \frac{93000 * 1600}{2}$$

$$KE = \frac{148800000}{2}$$

$$**KE = 74400000 J**$$

2. Trabajo de los frenos:

$$W_{frenos} = KE$$

$$**W_{frenos} = 74400000 J**$$

3. Relación W y Fr:

$$W = Fr * d$$

$$Fr = W/d$$

$$Fr = \frac{74400000}{6400}$$

$$**Fr = 11625 N**$$

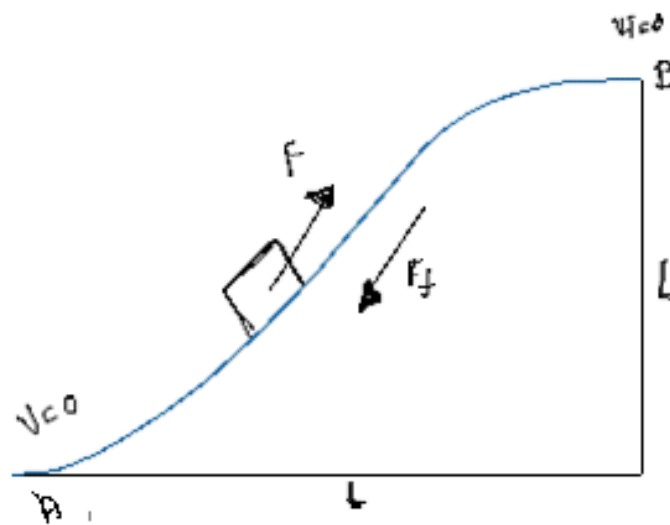
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°57)

#20 - Machaca Cahuana Gianmarco Alain Briuno

Problema:

Sobre una masa m , actúa una fuerza \vec{F} que siempre es tangente a la trayectoria según la figura adjunta. La masa se desplaza lentamente. Hallar el trabajo por la fuerza \vec{F} , si u es el coeficiente de rozamiento.

Solución:



$$\Delta C + \Delta U = F - F_f$$
$$0 - 0 + mgL = F - \mu mgL$$

$$F = \mu mgL + mgL$$

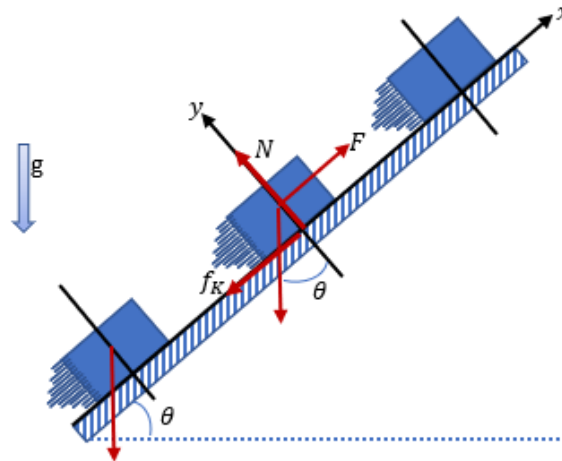
$$F = mgL(u + 1)$$

Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°58)

#22-Mayta Guzmán Fabricio

Problema:

Sobre un plano inclinado de θ , se empuja un cuerpo de masa m . Si el coeficiente de rozamiento es μ_k entre el cuerpo y el plano. ¿Qué trabajo debe realizarse para subir el cuerpo una distancia de L , con velocidad constante?



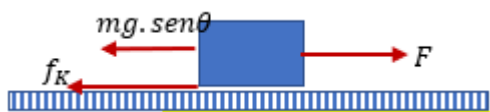
Solución:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot a, \quad v = cte.$$

$$F - f_k - mg \cdot \text{sen } \theta = m \cdot a$$

$$F - f_k - mg \cdot \text{sen } \theta = 0$$

$$F = f_k + mg \cdot \text{sen } \theta \dots (1)$$

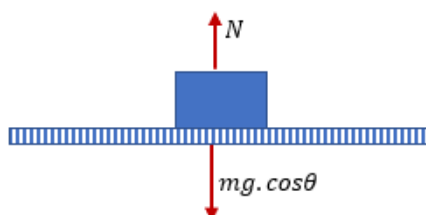


$$\sum \vec{F}_y = m \cdot a, \quad v = cte.$$

$$N - mg \cdot \text{cos } \theta = m \cdot a$$

$$N - mg \cdot \text{cos } \theta = 0$$

$$N = mg \cdot \text{cos } \theta \dots (2)$$



$$f_k = \mu_k \cdot N$$

$$f_k = \mu_k \cdot mg \cdot \text{cos } \theta$$

de 1 y 2:

$$F = \mu_k \cdot mg \cdot \text{cos } \theta + mg \cdot \text{sen } \theta$$

$$F = mg(\mu_k \cdot \text{cos } \theta + \text{sen } \theta)$$

$$W = F \cdot r$$

$$W = F \cdot L$$

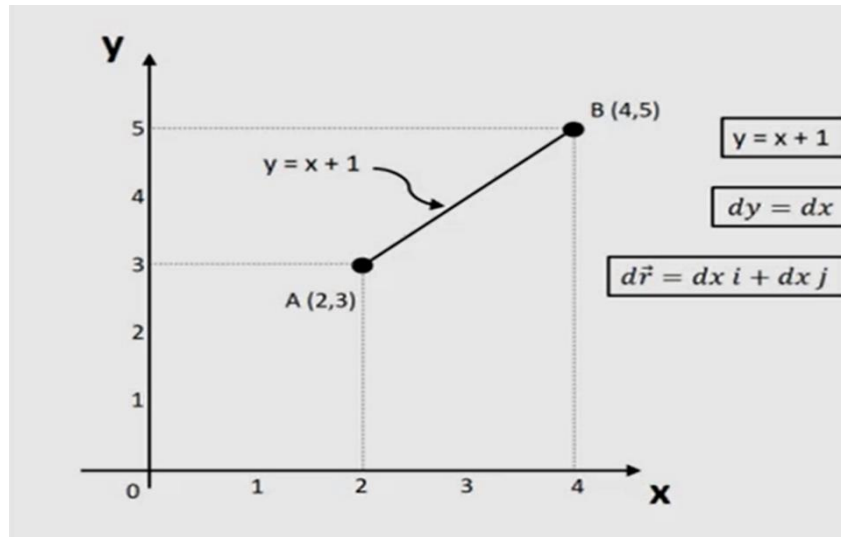
$$W = mg(\mu_k \cdot \text{cos } \theta + \text{sen } \theta) \cdot L$$

Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°1)

#23 - Mestas Lipa Cristhian Andre

Problema:

Calcular el trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F} = [(y^2 - x^2)\vec{i} + 3xy\vec{j}]N$ cuando la partícula se mueve del punto $A = (2,3)$ al punto $B = (4,5)$.



Solución:

$$w = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$w = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = dx_i + dy_j$$

$$\frac{dy}{dx} = 1$$

$$dy = dx$$

$$w = \int [(y^2 - x^2)\hat{i} + 3xy\hat{j}](dx\hat{i} + dx\hat{j})$$

$$w = \int [(y^2 - x^2 + 3xy)dx]$$

$$w = \int [(x + 1)^2 - x^2 + 3x(x + 1)]dx$$

$$w = \int [(3x^2 - 5x - 1)dx]$$

$$w = 88J$$

Fuente:

#24 - Monroy Quispe Maricarmen

Problema:

Un vagón para tráfico rápido tiene peso de 93t y una velocidad de 40 m/s. El vagón es frenado y recorre todavía 6,4 km. ¿Qué resistencia oponen los frenos?

Solución:

Diagrama 1: Vagón y Fuerzas

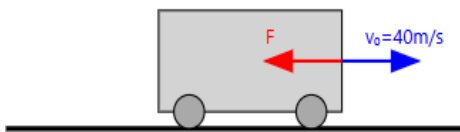
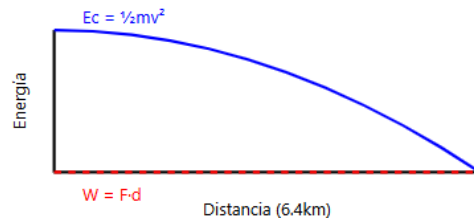


Diagrama 2: Energía vs Distancia



$$\Delta K + \Delta U = W$$

Datos:

- ❖ Peso del vagón: 93t = 93,000 kg
- ❖ Velocidad inicial (v): 40 m/s
- ❖ Distancia recorrida al frenar (d): 6,4 km = 6 400 m
- ❖ Velocidad final (v_f): 0 m/s el vagón se detiene
- ❖ Resistencia de los frenos (F): ?

Cambio en la Energía Cinética (ΔK):

$$K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \times 93,000 \text{ kg} \times (40 \text{ m/s})^2 \quad K_f = 0 \text{ J}$$

$$K_i = \frac{1}{2} \times 93,000 \times 1600$$

$$K_i = 74,400,000 \text{ J}$$

Donde:

- ΔK es el cambio de energía cinética.
- ΔU es el cambio en la energía potencial (que en este caso sería 0 ya que no hay cambio de altura).
- W es el trabajo realizado por la fuerza de resistencia de los frenos.

Cambio de energía cinética $\rightarrow \Delta K = K_f - K_i = 0 - 74,400,000 = -74,400,000 \text{ J}$

Trabajo realizado por la fuerza de frenado:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

$\theta = 180^\circ$ (fuerza opuesta al movimiento), entonces:

$$\cos 180^\circ = -1$$

Entonces:

$$W = -F \cdot d$$

Aplicando el Teorema del Trabajo y Energía:

$$\Delta K = W \Rightarrow -74,400,000 = -F \cdot 6,400$$

$$F = \frac{74,400,000}{6,400}$$

$$F = 11,613 \text{ N} \approx 11.8 \text{ kN}$$

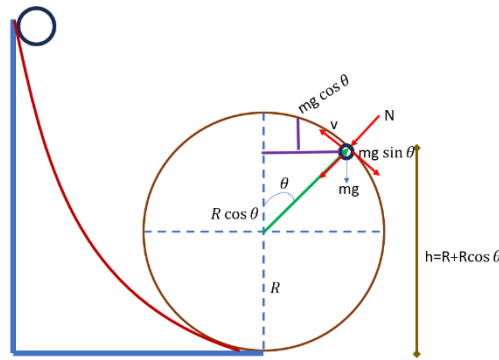
Fuente:

#27 - Poma Maquera Abad

Problema:

Una partícula de masa m parte de una altura mínima sobre una superficie curva y llega a describir el rizo completo. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el rizo sobre la partícula cuando pasa por el punto p , la superficie es lisa?

Solución:



En el punto (P), la partícula está en movimiento circular de radio (R). Para lo cual aplicamos la segunda ley de Newton

$$N + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

P.C.E.

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

$$(mgh - mgH) + \left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) = 0$$

$$\frac{mv^2}{2} = Hmg - mgh$$

$$gh - gH = \frac{1}{2}v^2$$

$$v^2 = 2g(h - H)$$

Altura H Mínima para Completar el Rizo

$$mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$g = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = gR$$

$$mgH = mg(2R) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgH = mg(2R) + \frac{1}{2}m(gR)$$

$$gH = g(2R) + \frac{1}{2}gR$$

$$H = 2R + \frac{1}{2}R$$

$$H = \frac{5}{2}R$$

Sustitución de 2 las alturas.

$$v^2 = 2g\left(\frac{5}{2}R - h\right)$$

$$v^2 = 2g\left(\frac{5}{2}R - (R + R \cos \theta)\right)$$

$$v^2 = 2g\left(\frac{3}{2}R - R \cos \theta\right)$$

$$v^2 = 3gR - 2gR \cos \theta$$

Sustitución de 2 en 1.

$$N + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$N + mg \cos \theta = \frac{m(3gR - 2gR \cos \theta)}{R}$$

$$N + mg \cos \theta = 3mg - 2mg \cos \theta$$

$$N = 3mg - 3mg \cos \theta$$

$$\mathbf{N = 3mg(1 - \cos \theta)}$$

#28 - Quiro Arguedas Robert Herald

Problema:

Una partícula de masa “m” se mueve sobre el eje x por la acción de una fuerza $\vec{F} = (b + cx)\hat{i}$. Si parte del reposo en $x = 0$. Hallar su velocidad cuando $x = d$,



Solución:

Se sabe: $W = \int F dx$

$$W = \int_0^d (b + cx) dx$$

$$W = bx + \frac{cx^2}{2} \Big|_0^d$$

$$W = bd + \frac{cd^2}{2}$$

Por el P.C.E.: $W = \Delta K$

$$bd + \frac{cd^2}{2} = \left(\frac{mv^2}{2} \right) - 0$$

$$v^2 = \frac{2bd + cd^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2bd + cd^2}{m}}$$

La velocidad cuando $x = d$ será:

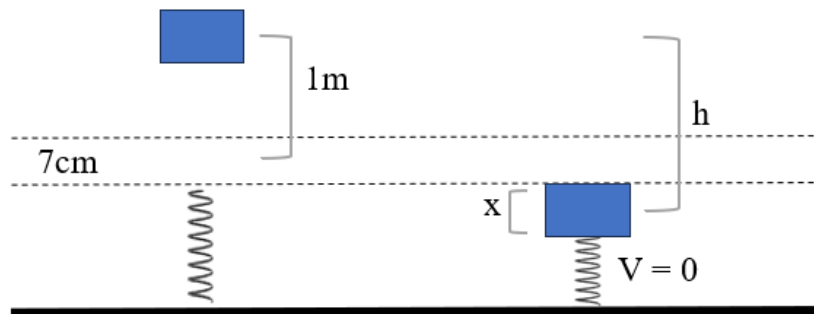
$$v = \sqrt{\frac{2bd + cd^2}{m}}$$

Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°21)

#32 - Tipo Catunta Roy Jesus Aldair

Problema:

Un peso de 15N se suelta desde una altura de 1 m, sobre un resorte de constante elástica 2N/m y que está comprimido inicialmente 7 cm. Hallar la deformación adicional para que el resorte consiga su máxima velocidad.



Solución:

Cuando el bloque tenga su máxima velocidad.

Por el P.C.E.: $\Delta U + \Delta K = 0$

$$\Delta U_g + \Delta U_e + \Delta K = 0$$

$$U_{gi} + U_{ei} + K_i = U_{gf} + U_{ef} + K_f$$

$$(-mg(1+x) - 0) + \left(\frac{1}{2}K(x+0.07)^2\right) - \frac{1}{2}K(0.07)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}mV^2\right) = 0$$

$$\text{Despejando } V = \sqrt{2g(1+x) - \frac{K}{m}(x+0.07)^2 + \frac{K}{m}(0.07)^2}$$

Para que V sea máxima: $\frac{dv}{dx} = 0$

$$\text{Derivando: } \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} \left(2g - \frac{2K}{m}(x+0.07) \right) * \left(2g(1+x) - \frac{K}{m}(x+0.07)^2 + \frac{K}{m}(0.07)^2 \right)^{-1/2} = 0$$

$$2g - \frac{2K}{m}(x+0.07) = 0 \rightarrow x = \frac{mg}{K} - 0.07$$

$$x = \frac{15}{200} - 0.07 = 0.005m$$

$$\mathbf{x = 0.5cm}$$

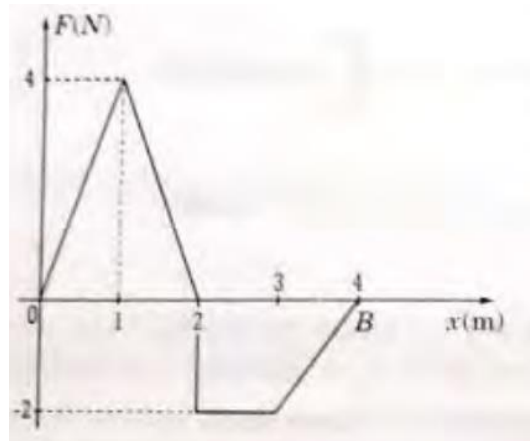
Fuente: libro de Humberto Leyva (problema N°35)

#35 - Zela Ccapa Elvis

Problema:

Un cuerpo está sometido a una fuerza variable según se indica en el gráfico. Hallar la velocidad del cuerpo en el punto B, si parte del reposo en 0, la masa del cuerpo es de 100g.

Solución:



$$W = \frac{1}{2} * 4 * 2 - 1 * 2 - 1 * 2 * \frac{1}{2} = 1J$$

$$W = K_f - K_i$$

$$1 = \frac{1}{2} m * v_b^2$$

$$1 = \frac{1}{2} * 0.1 * v_b^2$$

$$\underline{v_b = 2\sqrt{5} \text{ m/s}}$$