

INVENCION MATEMÁTICA

Henri Poincaré

Todas las invenciones que posee el mundo, no fueron encontradas primeramente por la razón ni por los cerebros; sino que fueron alcanzadas por los de aquellos que tuvieron la suerte de tropezar con ellas por descuido o equivocación.

Samuel Butler (1612-1680)

El origen de la invención matemática es un problema que debe inspirar el más vivo interés al psicólogo. Es el acto en el que el espíritu humano parece necesitar menos el mundo exterior, en el que no actúa o no parece actuar más que por sí mismo y sobre sí mismo, de manera que estudiando el proceso del pensamiento geométrico podemos esperar alcanzar la esencia del espíritu humano.

Hace tiempo que esto ha sido comprendido y hace algunos meses que la revista titulada *L'Enseignement Mathématique*, dirigida por los señores Laisant y Fehr, ha comenzado una encuesta sobre los hábitos mentales y los métodos de trabajo de diferentes matemáticos. Yo había acabado los rasgos principales de este artículo cuando se publicaron los resultados de esta encuesta, de modo que no los pude utilizar y me limitaré a decir que la mayoría de los testimonios confirman mis conclusiones; no digo todos, ya que esto no puede esperarse cuando se consulta el sufragio universal.

Un primer hecho debe sorprendernos, mejor dicho, debería sorprendernos si no estuviéramos tan habituados a él. ¿Cómo es posible que haya gente que no comprenda las matemáticas? Si las matemáticas sólo recurren a las reglas de la lógica, que son aceptadas por todas las mentes normales; si su evidencia se basa en principios que son comunes a todos los hombres y que nadie podría negar sin estar loco, ¿cómo es posible que haya tantas personas totalmente refractarias a ellas?

No es nada misterioso que no todo el mundo sea capaz de inventar. Admitimos también que no todos puedan recordar una demostración aprendida tiempo ha. Pero lo que sorprende cuando se reflexiona sobre ello es que no todos puedan seguir un razonamiento matemático que se les explica. Y aún más, la mayoría de los que pueden seguir este razonamiento lo hacen con dificultad: esto es innegable y la experiencia de los maestros de enseñanza media confirmará mi opinión.

Y además: ¿cómo es posible el error en las matemáticas? Una inteligencia sana no debe cometer faltas de lógica; sin embargo, hay espíritus muy sutiles que no tropiezan en un razonamiento corto como los que dan en los actos ordinarios de la vida y que son incapaces de seguir o de repetir sin error las demostraciones matemáticas, más largas, pero que, después de todo, no son más que una acumulación de breves razonamientos análogos a los que hacen tan fácilmente. ¿Es necesario añadir que los mismos matemáticos no son infalibles?

La respuesta me parece evidente. Imaginemos una larga serie de silogismos y que las conclusiones de los primeros sirven de premisas a los siguientes: se-

remos capaces de comprender cada uno de los silogismos y en el paso de las premisas a la conclusión no estaremos en peligro de equivocarnos. Pero a veces habrá pasado algún tiempo desde el momento en que encontremos por primera vez una proposición como conclusión de un silogismo, hasta que volvamos a encontrarla como premisa de otro silogismo, y se habrán desarrollado numerosos anillos de la cadena; así, puede suceder que la hayamos olvidado, o lo que es peor, que hayamos olvidado su significado. De ese modo puede suceder que la reemplacemos por otra proposición algo distinta o que, conservando el mismo enunciado, le atribuyamos un significado ligeramente diferente y de esta manera nos exponamos al error.

A menudo el matemático debe usar una regla: naturalmente ha empezado por demostrar esta regla; cuando esta demostración estaba fresca en su memoria, comprendía exactamente su sentido y su alcance y no corría el riesgo de alterarlo. Pero pronto la confía a su memoria y sólo la aplica de una manera mecánica y entonces, si la memoria le falla, puede aplicarla al revés. Es así, para tomar un ejemplo simple y vulgar, que a veces cometemos faltas de cálculo porque hemos olvidado la tabla de multiplicar.

De acuerdo con esto, la aptitud especial para las matemáticas se debería solamente a una memoria muy segura o bien a una fuerza de atención prodigiosa. Sería una cualidad análoga a la del jugador de whist que recuerda las cartas jugadas; o bien, situándonos en un nivel superior, a la del jugador de ajedrez, que puede visualizar un gran número de combinaciones y guardarlas en su memoria. Todo buen matemático debería ser un buen jugador de ajedrez viceversa; debería ser igualmente un buen calculador numérico. Ciertamente esto sucede algunas veces; así Gauss era a la vez un geómetra de genio y un calculador muy precoz y muy seguro.

Pero hay excepciones, o más bien me equivoco, llamarlas excepciones ya que serían más numerosas que los casos conformes a la regla. Al contrario es Gauss quien era una excepción. En cuanto a mí, debo confesarlo, soy absolutamente incapaz de hacer una suma sin equivocaciones. Igualmente sería un jugador de ajedrez bastante malo; calcularía bien que jugando de tal manera me expongo a tal peligro; revisaría bastantes jugadas más, que descartaría por otras razones y acabaría haciendo el movimiento examinado primeramente, habiendo olvidado en el intervalo el peligro que había previsto.

En una palabra, mi memoria no es mala, pero sería insuficiente para hacer de mí un buen jugador de ajedrez. ¿Por qué no me falla en un razonamiento matemático difícil en el que se perderían la mayor parte de los jugadores de ajedrez? Evidentemente porque está guiada por la marcha general de razonamiento. Una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos, son silogismos colocados *en un cierto orden*, y el orden con que están colocados estos elementos es más importante que los mismos elementos. Si tengo el sentimiento, la intuición por decirlo así de este orden, de manera que perciba con una ojeada el conjunto del razonamiento, Ya no debo temer el olvidar uno de sus elementos, pues cada uno vendrá a situarse por sí mismo en el marco que tiene preparado y sin que tenga que hacer ningún esfuerzo memorístico.

Cuando repito un razonamiento aprendido me parece que habría podido inventarlo; a menudo esto no es más que una ilusión; pero, incluso entonces, aun si no soy lo bastante fuerte para crear por mí mismo, lo invento otra vez a medida que lo repito.

Es concebible que este sentimiento, esta intuición del orden matemático, que

nos hace adivinar armonías y relaciones escondidas, no pueda pertenecer a todo el mundo. Unos no poseerán ni este sentimiento delicado y difícil de definir, ni una fuerza de memoria y de atención superior a la ordinaria y entonces serán absolutamente incapaces de comprender las matemáticas un poco elevadas; éstos son la mayoría. Otros tendrán este sentimiento en una proporción muy pequeña, pero estarán dotados de una memoria poco común y de una gran capacidad de atención. Aprenderán de memoria unos detalles tras otros, podrán comprender las matemáticas y aplicarlas algunas veces, pero estarán fuera del estado de creación. Los otros, en fin, poseerán en mayor o menor grado de intuición especial de que acabo de hablar y entonces no sólo podrán comprender las matemáticas, aun cuando su memoria no sea nada extraordinaria, sino que podrán convertirse en creadores e inventar con más o menos éxito, según que esta intuición esté en ellos más o menos desarrollada.

¿Qué es, de hecho, la invención matemática? No consiste en hacer nuevas combinaciones con entes matemáticos ya existentes. Esto podría hacerlo cualquiera, pero las combinaciones que así se podrían formar serían infinitas y muchas de ellas carecerían de interés. Inventar consiste precisamente en no construir combinaciones inútiles y en construirlas útiles, que no son más que una ínfima minoría. Inventar es discriminar, es escoger.

La manera como debe hacerse esta elección ya la he explicado más arriba; los hechos matemáticos dignos de ser estudiados son los que, por su analogía con otros, son susceptibles de conducirnos al conocimiento de una ley matemática de la misma manera que los hechos experimentales nos conducen al conocimiento de una ley física. Son éstos los que nos revelarán relaciones insospechadas entre otros hechos, conocidos hace tiempo, pero que se consideraban equivocadamente unos independiente de otros.

Entre las combinaciones que se escogerán, las más fecundas serán a menudo las formadas por elementos tomados de dominios muy alejados; no quiero decir que para inventar sea suficiente relacionar los objetos más dispares posibles; la mayor parte de las combinaciones que así se formarían serían enteramente estériles; pero algunas de ellas, muy pocas, son las más fecundas.

He dicho que inventar es escoger; pero la palabra no es, quizás, del todo justa: hace pensar en un comprador al que se presenta una gran cantidad de muestras y que las examina una después de otra para hacer su elección. Aquí las muestras serían tan numerosas que toda una vida no sería suficiente para examinarlas. Las cosas no suceden de esta manera. Las combinaciones estériles no se presentarán siquiera a la imaginación del inventor. En el campo de su consciencia sólo aparecerán las combinaciones útiles y algunas que él despreciará, pero que participan un poco de las características de las combinaciones útiles. Todo sucede como si el inventor fuera un examinador de segundo grado que sólo tuviera que examinar a los candidatos declarados aptos después de una primera prueba.

Pero lo que he dicho hasta aquí es lo que se puede observar o deducir de los escritos de los geómetras, a condición de que se haga esta lectura con cierta reflexión.

Es tiempo de penetrar, más hacia delante y ver lo que pasa en el alma misma del matemático. Para ello, creo que lo mejor que puedo hacer es evocar recuerdos personales. Pero voy a limitarme a contarles cómo he escrito mi primera memoria sobre las funciones fuchsianas. Les ruego que me perdonen, pues voy a emplear algunas expresiones técnicas, pero no deben asustarles, porque

no tienen ninguna necesidad de comprenderlas. Por ejemplo, diré que he encontrado la demostración de tal teorema en tales circunstancias; este teorema tendrá un nombre bárbaro que muchos de ustedes no conocerán, pero esto no tiene ninguna importancia; lo que interesa al psicólogo no es el teorema, sino las circunstancias.

Desde hacía quince días, me esforzaba en demostrar que no podía existir ninguna función análoga a las que después he llamado funciones fuchsianas; entonces era bastante ignorante; todos los días me sentaba ante mi mesa de trabajo, donde pasaba un hora o dos ensayando gran número de combinaciones y no llegaba a ningún resultado. Una noche tomé café negro, contrariamente a mi costumbre, y no pude dormir: las ideas me surgían en tropel; las sentía como si se embistieran hasta que dos de ellas se juntaran, por decir así, para formar una combinación estable. Por la mañana había establecido la existencia de una clase de funciones fuchsianas, las que derivan de la serie hipergeométrica; no tuve más que redactar los resultados, lo que sólo me llevó algunas horas.

En seguida quise representar estas funciones por el cociente de dos series; esta idea fue perfectamente consciente y deliberada; me guiaba la analogía con las funciones elípticas. Me preguntaba cuáles debían ser las propiedades de estas series, en caso de que existieran, y llegué sin dificultad a formar las series que he llamado thetafuchsianas.

Por esta época dejé Caen, donde habitaba entonces, para tomar parte en una excursión geológica organizada por la escuela de minas. Las peripecias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos. Cuando llegamos a Coutances, subimos a un ómnibus para realizar no sé qué paseo. En el momento en que ponía el pie en el estribo, me vino la idea, sin que nada de mis pensamientos anteriores pareciera haberme preparado para ello, de que las transformaciones que había utilizado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. No hice la comprobación; no habría tenido tiempo, ya que, apenas sentado en el ómnibus, reanudé la conversación empezada pero de golpe tuve una certeza absoluta. De regreso a Caen, comprobé el resultado con la cabeza despejada para descargo de mi conciencia.

Entonces me puse a estudiar cuestiones aritméticas sin grandes resultados aparentes y sin sospechar que este hecho pudiera tener la menor relación con mis investigaciones anteriores. Decepcionado por mi falta de éxito fui a pasar algunos días al borde del mar, donde me dedicaba a pensar en cosas muy distintas. Un día, cuando me paseaba por el acantilado, me vino la idea, siempre con los mismos caracteres de brevedad, de brusquedad y de certidumbre inmediata, de que las transformaciones aritméticas de las formas cuadráticas ternarias indefinidas eran iguales a las de la geometría no euclídea.

Al volver a Caen, reflexioné sobre este resultado y saqué consecuencias; el ejemplo de las formas cuadráticas me demostraba que había grupos fuchsianos distintos de los correspondientes a la serie hipergeométrica; vi que podía aplicarles la teoría de series thetafuchsianas y, en consecuencia, que existían funciones fuchsianas distintas de las que derivan de la serie hipergeométrica, que eran las únicas que conocía hasta entonces. Naturalmente me propuse formar todas estas funciones; inicié un ataque sistemático y superé una tras otra, todas las dificultades; sin embargo, había una que todavía resistía y cuya caída debía llevar consigo la de la totalidad de la plaza. Pero al principio todos mis esfuerzos sólo sirvieron para hacerme conocer mejor la dificultad, lo que ya era algo. Todo este trabajo fue perfectamente consciente.

Después de esto partí hacia Mont-Valérien, donde tenía que hacer mi servicio militar, por tanto, tuve preocupaciones muy diferentes. Un día al atravesar la calle, se me apareció de golpe la solución de la dificultad que me había detenido. No intenté profundizar en ella inmediatamente y sólo después de mi trabajo reanudé la cuestión. Poseía todos los elementos, no tenía inás que juntarlos y ordenarlos. Así pues, redacté mi memoria definitiva de golpe y sin ninguna dificultad.

Me limitaré a este único ejemplo, es inútil dar más; en lo que se refiere a mis otras investigaciones, tendría que hacer relatos completamente análogos y las observaciones referidas por otros matemáticos en la encuesta de *L'Enseignement Mathématique* sólo podrían confirmarlos.

Lo que al principio asombrará son estas apariencias de súbita iluminación, signos manifiestos de un largo trabajo inconsciente anterior; el papel de este trabajo inconsciente en la invención matemática me parece innegable y se encontrarían huellas en otros casos en que es menos evidente. A menudo, cuando se trabaja en una cuestión difícil, no se hace nada de bueno la primera vez que uno se pone manos a la obra; a continuación se toma un reposo más o menos largo y uno se sienta de nuevo delante de su mesa. Durante la primera media hora se continúa sin encontrar nada y después, de golpe, la idea decisiva se presenta a la mente. Podría decirse que el trabajo consciente ha sido más fructuoso porque se ha interrumpido y que el reposo ha devuelto al espíritu su fuerza y su frescor. Pero es más probable que este reposo haya sido llenado por un trabajo inconsciente y que el resultado de este trabajo se haya revelado seguidamente al géometra como en los casos que he citado; sólo que la revelación, en lugar de presentarse durante un paseo o un viaje, se ha producido durante un periodo de trabajo consciente, pero independientemente de este trabajo, que a lo más desempeña un papel de catalizador, como si fuera el agujijón que hubiera excitado los resultados, ya adquiridos durante el reposo, pero mantenidos inconscientes, a tomar forma consciente.

Debe hacerse otra observación respecto a las condiciones de este trabajo inconsciente: es la de que no es posible, y en todo caso no es fecundo, sí por una parte no está precedido y por otra no está seguido de un periodo de trabajo consciente. Estas inspiraciones súbitas sólo se producen (y los ejemplos que he citado ya lo demuestran suficientemente) después de algunos días de esfuerzos voluntarios que han parecido absolutamente infructuosos y durante los cuales se ha creído no hacer nada de bueno y se tiene la impresión de seguir un camino equivocado. Estos esfuerzos no han sido, pues, tan estériles como se piensa, han puesto en marcha la máquina inconsciente, que sin ellos no se había movido y no habría producido nada.

La necesidad del segundo periodo de trabajo consciente, después de la inspiración, se comprende aún mejor. Es necesario dar forma a los resultados de esta inspiración, deducir las consecuencias inmediatas, ordenarlos, redactar las demostraciones, pero, sobre todo, es necesario comprobarlos. He hablado del sentimiento de certeza absoluta que acompaña a la inspiración; en los casos citados, este sentimiento no era equivocado, y a menudo no lo es; pero es necesario abstenerse de creer que esto sea una regla sin excepción; a menudo, este sentimiento nos engaña, sin ser por esto menos vivo, y uno no se apercibe de ello hasta que intenta elaborar la demostración. He notado especialmente este hecho en las ideas que se me presentan por la mañana o por la noche, durante el estado semihipnagógico.

Estos son los hechos, y ahora he aquí las reflexiones que nos imponen. El yo inconsciente o el yo subliminal, como se le llama, tiene un papel decisivo en la invención matemática; esto resulta de todo lo anterior. Pero, de ordinario, se considera al yo subliminal como puramente automático. Ahora bien, hemos visto que el trabajo matemático no es un simple trabajo mecánico, que no sabría confiarse a una máquina por perfeccionada que se la suponga. No se trata sólo de aplicar reglas, de fabricar el mayor número de combinaciones posible según ciertas leyes fijas. Las combinaciones así obtenidas serían muy numerosas, inútiles y molestas. El verdadero trabajo del inventor consiste en escoger entre estas combinaciones de manera que se eliminen las inútiles, o más bien, en no molestarse en hacerlas. Y las reglas que deben guiar esta elección son muy sutiles y delicadas: es casi imposible enunciarlas con un lenguaje preciso; se sienten antes que se formulan; en estas condiciones, ¿cómo puede imaginarse una criba capaz de aplicarlas mecánicamente?

Y entonces se nos presenta una primera hipótesis: el yo subliminal no es de ninguna manera inferior al yo consciente; no es puramente automático, es capaz de discernir, tiene tacto, tiene delicadeza; sabe escoger, sabe adivinar; pero ¿qué digo? Sabe adivinar mejor que el yo consciente, ya que triunfa donde éste había fracasado. En una palabra, ¿no es cierto que el yo subliminal es superior al yo consciente? Puede comprenderse toda la importancia de esta pregunta. En una reciente conferencia, M. Boutroux ha mostrado cómo se había presentado en ocasiones muy distintas y que consecuencias acarrearía una respuesta afirmativa (ver también del mismo autor, *Science et Religion*, pp. 313 y ss.).

¿Los hechos que acabo de exponer nos imponen esta respuesta afirmativa? Confieso que por mi parte la aceptaría sin repugnancia. Repasamos los hechos y busquemos si no aceptarían otra explicación.

Es cierto que las combinaciones que se presentan a la mente en una especie de iluminación súbita, después de un trabajo inconsciente algo prolongado, son generalmente combinaciones útiles y fecundas que parecen el resultado de una primera elección. Se deduce en consecuencia que el yo subliminal, habiendo adivinado por una delicada intuición que estas combinaciones podían ser útiles, sólo ha formado, éstas, o bien ha formado muchas otras que estaban faltas de interés y que han quedado inconscientes.

Desde este segundo punto de vista, se formarían todas las combinaciones como consecuencia del automatismo del yo subliminal, pero solamente las que fueran interesantes penetrarían en el campo de la conciencia. Y esto es aún muy misterioso. ¿Cuál es la causa de que, entre los miles de productos de nuestra actividad destinados a franquear el umbral, mientras que otros quedan dentro? ¿Es el puro azar quien les confiere este privilegio? Evidentemente, no; por ejemplo, de entre todas las excitaciones de nuestros sentidos, sólo las más intensas acapararán nuestra atención, a menos que esta atención no haya sido atraída sobre ella por otras causas. Más generalmente, los fenómenos inconscientes privilegiados, los susceptibles de convertirse, en consciente, son los que, directa o indirectamente, afectan lo más profundo de nuestra sensibilidad.

Uno puede asombrarse de ver que se invoca la sensibilidad a propósito de demostraciones matemáticas, las cuales parece que solo pueden interesar a la inteligencia. Esto sería olvidar el sentimiento de la belleza matemática, de la armonía de los números y de las formas, de la elegancia geométrica. Se trata de un sentimiento auténticamente estético que conocen todos los verdaderos matemáticos; se trata, sin duda, de sensibilidad.

Ahora bien, ¿cuáles son los seres matemáticos a los que atribuimos este carácter de belleza y elegancia y que son capaces de provocarnos una emoción estética? Son los que tienen sus elementos armoniosamente dispuestos, de manera que el espíritu puede abarcar sin esfuerzo el conjunto al mismo tiempo que penetra en los detalles. Esta armonía es a la vez una satisfacción de nuestras necesidades estéticas y una ayuda para el espíritu que ella sostiene y guía. Y al mismo tiempo, al poner ante nuestra vista un todo bien ordenado, nos hace presentir una ley matemática. Ahora bien, como hemos dicho antes, los únicos hechos matemáticos dignos de acaparar nuestra atención y capaces de ser útiles son los que pueden hacernos conocer una ley matemática. De manera que llegamos a la siguiente conclusión. Las combinaciones útiles son precisamente las más bellas, quiero decir las que tienen mayor encanto para esta sensibilidad especial que conocen todos los matemáticos, pero que los profanos ignoran hasta el punto de que a menudo están tentados de sonreír ante ella.

¿Qué sucede entonces? Casi todas las combinaciones que el yo subliminal ha formado ciegamente no tienen interés ni utilidad; pero, por esta misma razón, no tienen acción sobre la sensibilidad estética. La conciencia no las conocerá jamás; sólo algunas son armoniosas y, en consecuencia, a la vez útiles y bellas; ellas serán capaces de emocionar esta sensibilidad especial del geómetra de la que acabo de hablar y que, una vez excitado, atraerá sobre ellas nuestra atención y les dará así la ocasión de llegar a ser conscientes,

Esto no es más que una hipótesis, voy a hacer una observación que podría confirmarla: cuando una iluminación súbita invade el espíritu del matemático, lo más frecuente es que no le engañe; pero también sucede algunas veces, ya lo he dicho, que no soporta la prueba de una demostración; bueno, uno casi siempre se da cuenta de que esta idea falsa, si hubiera sido cierta, habría halagado nuestro instinto natural de elegancia matemática.

Así, es esta sensibilidad estética especial la que desempeña el papel de delicada criba de que he hablado antes y esto hace bastante comprensible la razón por la cual quien carezca de ella no será jamás un auténtico inventor.

Todavía no han desaparecido todas las dificultades. El yo consciente es muy limitado; en cuanto al yo subliminal, no conocemos sus límites y es por eso que no nos repugna demasiado el suponer que haya podido tomar en poco tiempo mayor número de combinaciones distintas de las que podría abarcar toda la vida de un ser consciente. Mientras tanto estas limitaciones existen; ¿es verosímil que pueda formar tantas combinaciones que su sólo número asombraría a la imaginación? No obstante, esto parece necesario, ya que si sólo produce una pequeña parte de estas combinaciones y si lo hace al azar, tendrá muy pocas probabilidades de que la buena, la que se debe escoger, esté entre ellas.

Quizás es necesario buscar la explicación en este periodo de trabajo consciente preliminar que precede siempre a todo trabajo inconsciente fructuoso. Permítaseme una comparación grosera. Representemos los futuros elementos de nuestras combinaciones como algo parecido a los átomos ganchudos de Epicuro. Durante el reposo absoluto de la mente, estos átomos están inmóviles, están, por decirlo así, colgados en la pared; así, este reposo completo puede prolongarse indefinidamente sin que los átomos se encuentren y, en consecuencia, sin que pueda producirse ninguna combinación entre ellos.

Al contrario, durante un periodo de reposo aparente y de trabajo inconsciente, algunos de ellos se separan de la pared y se ponen en movimiento. Se desplazan en todas las direcciones del espacio, iba a decir de la habitación, don-

de están encerrados, como podría hacerlo una bandada de mosquitos, o, si se prefiere una comparación más científica, como lo hacen las moléculas gaseosas en la teoría cinética de gases. Sus choques mutuos pueden entonces producir nuevas combinaciones.

¿Cuál será el papel del trabajo consciente preliminar? Es evidentemente el de movilizar algunos de estos átomos, de separarlos del muro y de darles impulso. Se creará que no se ha hecho nada bueno porque se han movido estos elementos de mil maneras distintas para intentar relacionarlos y no se ha podido encontrar una relación satisfactoria. Pero después de la agitación que nuestra voluntad les ha impuesto, estos átomos no vuelven a su reposo primitivo. Continúan libremente su danza.

Ahora bien, nuestra voluntad no los ha escogido al azar, sino, que perseguía un fin perfectamente determinado; los átomos movilizados no son pues átomos cualesquiera; son de los que pueden esperarse razonablemente la solución buscada. Entonces los átomos movilizados sufrirán choques que los pondrán en combinación con ellos mismos, o con otros átomos que habían quedado inmóviles y contra los que han venido a chocar en su carrera. Pido perdón una vez más, pues mi comparación es bastante grosera; pero no sé muy bien cómo podría hacer comprender mi pensamiento de otra manera.

En todo caso, las únicas combinaciones que tienen probabilidad de formarse son aquellas en las que al menos uno de sus elementos es uno de estos átomos escogidos libremente por nuestra voluntad. Ya que, evidentemente, la que he llamado buena combinación se encuentra entre ellas. Quizás haya aquí un medio de atenuar lo que había de paradoja en la hipótesis primitiva.

Otra observación. Jamás sucede que el trabajo inconsciente nos suministre completamente hecho el resultado de un cálculo algo largo, en el cual no hay más que aplicar reglas fijas. Podría creerse que el yo subliminal, automático por completo, es particularmente apto para este género de trabajo que es en cierta manera sólo mecánico. Parece que si se pensara por la noche en los factores de una multiplicación, podría esperarse encontrar el producto completamente hecho al despertar, o bien que un cálculo algebraico, una comprobación, por ejemplo, podría hacerse inconscientemente. No hay nada de esto, la observación lo demuestra. Todo lo que se puede esperar de estas inspiraciones, fruto del trabajo inconsciente, son puntos de partida para cálculos semejantes; en cuanto a los cálculos en sí, es necesario hacerlos en el segundo periodo de trabajo consciente, que sigue a la inspiración, en el que se comprueban los resultados de esta inspiración y se deducen las consecuencias. Las reglas de estos cálculos son estrictas y complicadas; requieren disciplina, atención, voluntad y, en consecuencia, conciencia. En el yo subliminal domina, por contrario, lo que llamaría libertad, si pudiera darse este nombre a la simple ausencia de disciplina y al desorden nacido del azar. Solamente este desorden mismo permite relaciones inesperadas.

Haré una última aclaración: cuando antes he expuesto algunas observaciones personales, he hablado de una noche de excitación en la que trabajaba como a pesar mío; son frecuentes los casos en que esto sucede y no es necesario que la actividad cerebral anormal sea causada por un excitante físico como en el que he citado. Bien, parece que en estos casos se asiste al propio trabajo inconsciente, que ha llegado a ser parcialmente perceptible a la conciencia sobreexcitada y que no por esto ha cambiado de naturaleza. Entonces uno se da vagamente cuenta de lo que distingue los dos mecanismos, o si se quiere, los dos métodos de trabajo

de los dos yo. Y las observaciones psicológicas que he podido hacer así me parece que confirman en líneas generales las opiniones que acabo de emitir.

Ciertamente lo necesitan, ya que ellas son y permanecen a pesar de todo muy hipotéticas: el interés de la cuestión es tan grande que no me arrepiento de haberlas presentado al lector.