UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

PUNO

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y SISTEMAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

– FÍSICA 1 –

EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE

ANÁLISIS VECTORIAL

Grupo A

DOCENTE:

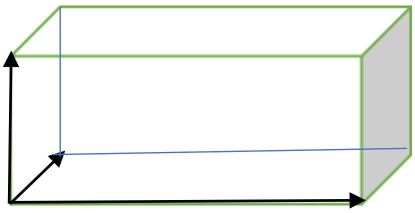
Dr. Carlos Carcausto Quispe

SEGUNDO SEMESTRE

2024-2

Hallar el volumen del paralelepípedo cuyas aristas son:

$\vec{P} = (1, 2, -1)$ $\vec{Q} = (3, 4, -6)$ $\vec{R} = (2, 1, -3)$



$VOL = |\vec{R}(\vec{Q} \times \vec{R})|$

Solución:

Usamos el producto triple

#2 - ARELA APAZA DARIO JOSE

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$(-12 - 3 - 24) - (-8 - 6 - 18)$$

$$-39 - (-32)$$

$$-39 + 32$$

Volumen = $|-7| = 7$

Construir un vector de módulo 5 y sea perpendicular a los vectores (1,-1,0) y (0,1,-1).

Solución:

Sea el vector: $\underset{B}{\rightarrow} = (B_1; B_2; B_3)$

$$\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2} = 5$$

$\underset{B}{\rightarrow} .(1, -1,0) = 0 \qquad ;\ B_1 - B_2 = 0 \qquad ; B_1 = B_2$

$\underset{B}{\rightarrow} .(0,1, -1) = 0 \qquad ;\ B_2 - B_3 = 0 \qquad ; B_2 = B_3$

Remplazando en (1):

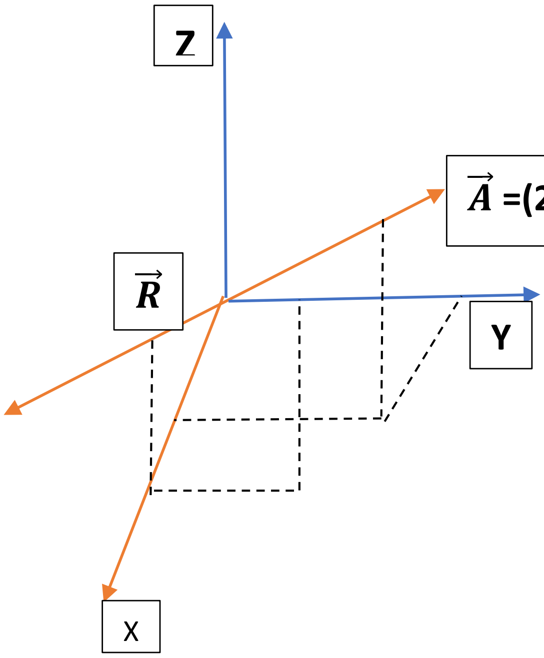
$$B_1^2 + B_2^2 + B_3^2 = 25 \quad , \qquad B_1 = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

Entonces: $\underset{B}{\rightarrow} = \frac{5}{\sqrt{3}}(1,1,1)$

#3 - ARISACA TORRES
MARK GREGORY

Un objeto efectua un desplazamiento $\vec{B} = (8$, -2,1) partiendo del punto $\vec{A}$ =(2,5,1). Hallar las coordenadas de su nueva posición.

Solución:



Por la suma de $\vec{A} + \vec{B}$

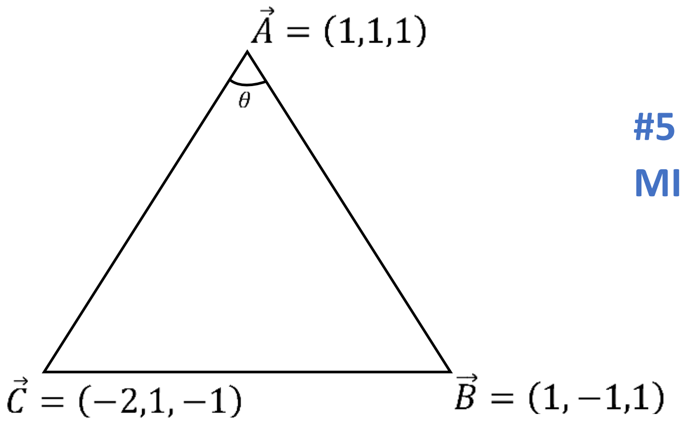
$$\vec{A} + \vec{B} = (2, 5, 1) + (8, -2, 1)$$

$$\Rightarrow (10, 3, 2)$$

#4 - BENAVENTE LEON SHAIN JERSON

Dado los vértices de un triángulo $\vec{A} = (1,1,1)$, $\vec{B} = (1,-1,1)$, $\vec{C} = (-2,1,-1)$. Halle el ángulo que hacen los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

SOLOUCION:



#5 - BENITO CHAMBI MIGUEL ANGEL

1. Analizamos $\overrightarrow{AB}$ y hallamos su modulo.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (1,-1,1) - (1,1,1) = (0,-2,0)$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2$$

2. Analizamos $\overrightarrow{AC}$ y hallamos su modulo.

$$\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-2,1,-1) - (1,1,1) = (-3,0,-2)$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

3. Aplicamos el producto escalar:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right| \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \frac{\left[\left(0.(-3)\right) + ((-2).0) + (0.(-2))\right]}{2\sqrt{13}} = 0$$

$$\cos\theta = 0$$

- $\theta = 90^{\circ}$

Dado los vectores $\overrightarrow{A} = (1,1,1)$, $\overrightarrow{B} = (-1,-a,a)$ *y* $\overrightarrow{C} = (a,1,-a)$ *¿Cuál es el valor de a para que el volumen definido por los tres vectores de igual a 7?*

Solución:

El volumen de un paralelepípedo formado por tres vectores se encuentra mediante el producto mixto de los vectores: $V = |\, A \cdot (B \times C)\, |$

Paso 1: Calcular el producto cruz $\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}$:

$$B \times C = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -a & a \\ a & 1 & -a \end{vmatrix}$$

$$B \times C = \hat{\imath}\,(-a)(-a) - (1)a) - \hat{\jmath}\big((-1)(-a) - (a)(a)\big) + \hat{k}\,((-1)(1) - (-a)(a))$$

$$B \times C = i(a^2 - a) - j(a - a^2) + k(-1 + a^2)$$

Simplificando: $\mathrm{B}\times\mathrm{C}=(\mathrm{a}^2-\mathrm{a},\, \mathrm{a}^2-\mathrm{a},\, \mathrm{a}^2-1)$

Paso 2: Calcular el producto punto: $\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C})$:

$\mathrm{A}\cdot(\mathrm{B}\times\mathrm{C})=(1,1,1)\cdot(\, a^2-\mathrm{a},\, a^2-\mathrm{a},\, a^2-1)$

$\mathrm{A}\cdot(\mathrm{B}\times\mathrm{C})=(1)(\, a^2-\mathrm{a})+(1)(\, a^2-\mathrm{a})+(1)(\, a^2-1)$

$\mathrm{A}\cdot(\mathrm{B}\times\mathrm{C})=3a^2-2\mathrm{a}-1$

#8 - CCAPA ANCCO GIAMPIER LITMAR

Paso 3: Resolver ambas ecuaciones:

Para la primera ecuación:

$3a^2-2\mathrm{a}-1-7=0$

$3a^2-2\mathrm{a}-8=0$

Aplicando la fórmula cuadrática:

$$\mathrm{a} = \frac{-\mathrm{b}\pm\sqrt{b^2-4\mathrm{ac}}}{2a} = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(3)(-8)}}{2(3)} = \frac{2\pm\sqrt{4+96}}{6} = \frac{2\pm\sqrt{100}}{6} = \frac{2\pm10}{6}$$

Esto da dos soluciones:

a1=2 , a2=-4/3

Demostrar usando componentes:

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = \vec{Q}(\vec{P}.\overrightarrow{R}) - \vec{R}(\vec{P}.\overrightarrow{Q})$$

$$\vec{Q} \times \vec{R} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{vmatrix} = (q_2 r_3 - r_2 q_3,\ q_1 r_3 - r_1 q_3, r_1 q_2 - q_1 r_2)$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ q_2 r_3 - r_2 q_3 & q_1 r_3 - r_1 q_3 & r_1 q_2 - q_1 r_2 \end{vmatrix}$$

#10 - CHECMA MONTALVO JESUS VIDAL

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = \hat{\imath}(p_2(r_1 q_2 - q_1 r_2) + p_3(q_1 r_3 - r_1 q_3)) - \hat{\jmath}(p_1(r_1 q_2 - q_1 r_2) + p_3(q_2 r_3 - r_2 q_3)) - \hat{k}(p_1(q_1 r_3 - r_1 q_3) + p_2(q_2 r_3 - r_2 q_3))$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = (p_2 r_1 q_2 - p_2 q_1 r_2 + p_3 q_1 r_3 - p_3 r_1 q_3 - p_1 r_1 q_2 + p_1 q_1 r_2 + p_3 q_2 r_3 - p_3 r_2 q_3 - p_1 q_1 r_3 + p_1 r_1 q_3 + p_2 q_2 r_3 - p_2 r_2 q_3)$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = (p_2 r_1 q_2 - p_2 q_1 r_2 + p_3 q_1 r_3 - p_3 r_1 q_3 + q_1 r_1 q_1 - q_1 r_1 p_1 , - p_1 r_1 q_2 + p_1 q_1 r_2 + p_3 q_2 r_3 - p_3 r_2 q_3 + q_2 r_2 p_2 - q_2 r_2 p_2 , - p_1 q_1 r_3 + p_1 r_1 q_3 + p_2 q_2 r_3 - p_2 r_2 q_3 + q_3 r_3 q_3 - q_3 r_3 p_3)$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = (p_2 r_1 q_2 - p_2 q_1 r_2 + q_1 r_1 p_1 , p_1 r_1 q_2 + p_3 q_2 r_3 + q_2 r_2 q_2 , p_1 r_1 q_3 + p_2 r_2 q_3 + q_3 r_3 p_3) + (- p_2 r_1 q_2 - p_3 r_1 q_3 - q_1 r_1 p_1 , - p_1 q_1 r_2 - p_3 r_2 q_3 - q_2 r_2 p_2, - p_1 q_1 r_3 - p_2 q_2 r_3 - q_3 r_3 p_3)$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} \times \overrightarrow{R}) = (q_1, q_2, q_3)(p_1 r_1 + p_2 r_2 + p_3 r_3) - (r_1, r_2, r_3)(p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3)$$

Se sabe que :

$$\vec{P}.\vec{R} = (p_1 r_1 + p_2 r_2 + p_3 r_3)$$

$$\vec{P}.\vec{Q} = (p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3)$$

$$\vec{\mathbf{P}} \times (\vec{\mathbf{Q}} \times \overrightarrow{\mathbf{R}}) = \vec{\mathbf{Q}}(\vec{\mathbf{P}}.\overrightarrow{\mathbf{R}}) - \vec{\mathbf{R}}(\vec{\mathbf{P}}.\overrightarrow{\mathbf{Q}})$$

Si el modulo de la suma de los vectores es $\sqrt{10}$ y $\vec{A}=\sqrt{3}$, $\vec{B}=3$.

Hallar el producto escalar $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

Solución:

Datos:

$|\vec{A}+\vec{B}|=\sqrt{10}$

$|\vec{A}|=\sqrt{3}$

$|\vec{B}|=3$

Dado que necesitamos el coseno del ángulo entre los vectores para hallar el producto escalar, aplicamos ley de cosenos para hallar tal incógnita:

$$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|cos\theta}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 3^2 + 2(\sqrt{3})(3)cos\theta}$$

$$10 = 3+9+2(\sqrt{3})(3)cos\theta$$

$$10 = 12+6\sqrt{3}\,cos\theta$$

$$-2 = 6\sqrt{3}\,cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{-2}{6\sqrt{3}}$$

$$\therefore cos\theta = \frac{-1}{3\sqrt{3}}$$

#11 - CHURA YUPA FRANKLIN ALFRED

Ahora teniendo el coseno del ángulo entre los vectores, hallamos lo pedio en el problema:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}= |\vec{A}||\vec{B}|cos\theta$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (\sqrt{3})(3)\frac{-1}{3\sqrt{3}}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=-1$$

Entonces el producto escalar de los vectores de -1.

Se pide demostrar que, si el módulo de la suma y la diferencia de dos vectores en el espacio son iguales, entonces los vectores en el espacio son perpendiculares. Hacer por componentes.

SOLUCION:

#13 - COAQUIRA IDME TAYLOR YAMPIER

Condición: $|\vec{A}\text{-}\vec{B}| = |\vec{A}+\vec{B}|$

Por ser vectores en el espacio:

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) \quad ; \quad \vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$|\, A_x - B_x \,, A_y - B_y \,, A_z - B_z \,| = |\, A_x + B_x \,, A_y + B_y \,, A_z + B_z \,|$$

$$\sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$$

$$A_x{}^2 + B_x{}^2 \text{-}\ 2A_xB_x + A_y{}^2 + B_{xy}{}^2 \text{-}\ 2A_yB_y + A_z{}^2 + B_z{}^2 \text{-}\ 2A_zB_z = A_x{}^2 + B_x{}^2 + 2A_xB_x + A_y{}^2 + B_{xy}{}^2 + 2A_yB_y + A_z{}^2 + B_z{}^2 + 2A_zB_z$$

$$\text{-}\ 2A_xB_x \text{-}\ 2A_yB_y \text{-}\ 2A_zB_z = 2A_xB_x + 2A_yB_y + 2A_zB_z$$

$$\text{-}\ 4A_xB_x \text{-}\ 4A_yB_y \text{-}\ 4A_zB_z = 0$$

$$A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Sabemos:

$$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$$

De (1) y (2): si el producto escalar de 2 vectores es 0, son perpendiculares.

$$\vec{A}.\vec{B} = \underbrace{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}_{0}$$

$$\boldsymbol{\vec{A} \cdot \vec{B} = 0}$$

RPTA. - Como su producto escalar es 0 entonces queda demostrado que son perpendiculares.

A) Hallar todos los puntos D que pueden ser el cuarto vértice del paralelogramo formado por los otros tres vértices A= (1,0,1), B= (-1,1,1) Y C= (2,-1,2).

B) También hallar el área del triángulo ABC.

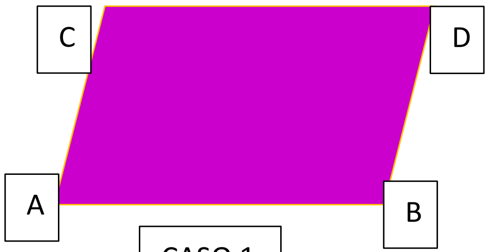
DATOS:

A= (1,0,1)

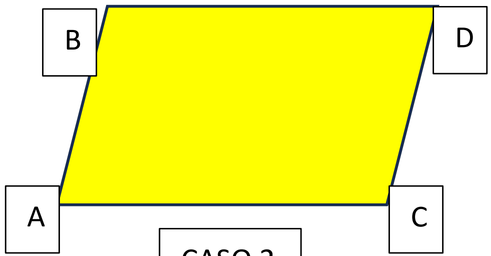
B= (-1,1,1)

C= (2,-1,2)

D= ¿?



CASO 1



CASO 2

SOLUCIÓN:

1. Usamos la propiedad de los paralelogramos en el caso 1.

   Entonces igualamos valores de AB a CD:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$
$$(-2,1,0) = (X1,Y1,Z1) - (2,-1,2)$$
$$(-2,1,0) + (2,-1,2) = (X1,Y1,Z1)$$
$$(X1,Y1,Z1) = (-2-2, 1-1, 0+2) = (0,0,2)$$

2. Usamos la propiedad de los paralelogramos en el caso 2.

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$$
$$\overrightarrow{AC} = C - A = (2,-1,2) - (1,0,1) = (2-1, -1-0, 2-1) = (1,-1,1)$$
$$\overrightarrow{BD} = D - B = (X2,Y2,Z2) - (-1,1,1) = ¿$$

   Entonces igualamos valores de AC a BD:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$$
$$(1,-1,1) = (X2,Y2,Z2) - (-1,1,1)$$
$$(1,-1,1) + (-1,1,1) = (X2,Y2,Z2)$$
$$(X2,Y2,Z2) = (-1+1, 1-1, 1+1) = (0,0,2)$$

#19 - LLANOS TICONA BLANCA ROSARIO

3. En conclusión, obtenemos el mismo valor del punto en ambos casos.

4. Hallamos el área del triángulo formado por ABC.

$$\text{Área de triángulo} = ½\,||\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}||$$

5. Calculamos los vectores AB y AC.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-1,1,1) - (1,0,1) = (-1-1, 1-0, 1-1) = (-2,1,0)$$
$$\overrightarrow{AC} = C - A = (2,-1,2) - (1,0,1) = (2-1, -1-0, 2-1) = (1,-1,1)$$

6. Calculamos el producto cruzado AB * CD.

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC} = i\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC} = (1, 2, 1)$$

7. Hallamos la magnitud del producto cruzado:

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC} = (1, 2, 1)$$

$$\left|\left|\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}\right|\right| = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

$$\left|\left|\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}\right|\right| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}$$

$$\left|\left|\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}\right|\right| = \sqrt{1 + 4 + 1}$$

$$\left|\left|\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}\right|\right| = \sqrt{6}$$

#19 - LLANOS TICONA BLANCA ROSARIO

8. Al final obtenemos:

$$\text{Área de triángulo} = ½ \left|\left|\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}\right|\right|$$

$$\text{Área de triángulo} = ½ \sqrt{6}$$

$$\text{Área de triángulo} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Si el módulo de la suma de los vectores A y B es 8 los módulos de A=5 y B=10. Hallar el modulo de la diferencia de los vectores.

$\vec{A} + \vec{B} = 8 \qquad \vec{A} = 5 \quad y \quad \vec{B} = 10$

$\boldsymbol{\vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\,Cos\theta}}$

Reemplazamos:

$8 = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2(5)(8)Cos\theta}$

$64 = 25 + 100 + 200Cos\theta$

$-61 = 200Cos\theta$

$Cos\theta = \dfrac{-61}{200}$

$\boldsymbol{\vec{A} - \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\,Cos\theta}}$

Reemplazamos

$\vec{A} - \vec{B} = \sqrt{5^2 + 10^2 - 2(10)(5)Cos\theta}$

$\vec{A} - \vec{B} = \sqrt{25 + 100 - 200Cos\theta}$

$\vec{A} - \vec{B} = \sqrt{125 - 200(-\frac{61}{200})}$

$\boldsymbol{\vec{A} - \vec{B} = \sqrt{186}}$

#20 - MACHACA CAHUANA GIANMARCO ALAIN BRUNO

Probar que dos vectores cualesquiera de un espacio, verifica la identidad:

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 - \left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2 = 4\vec{A}\cdot\vec{B}$$

SOLUCIÓN:

Mediante producto escalar se llega a lo siguiente:

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{B}^2$$

$$\left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2 = \vec{A}^2 - 2\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{B}^2$$

>>>> Operando:

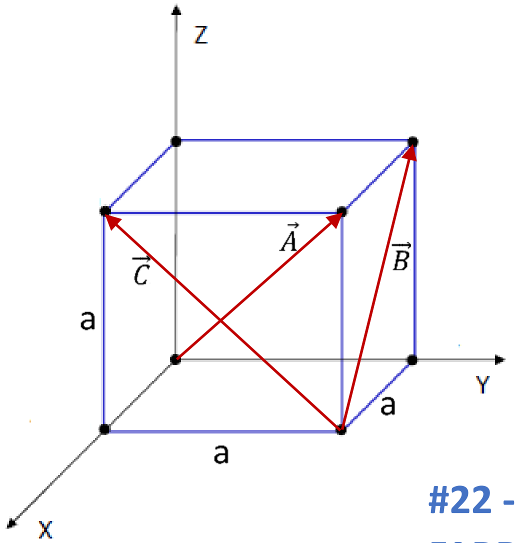
$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 - \left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2 = A^2 + 2\vec{A}\,x\,\vec{B}^2 - A^2 + 2\vec{A}\,x\,\vec{B} - B^2$$

$$\boldsymbol{\left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 - \left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2 = 4\vec{A}\cdot\vec{B}}$$

#21 - MAMANI MACHACA
JHON DEYVIS ROMARIO

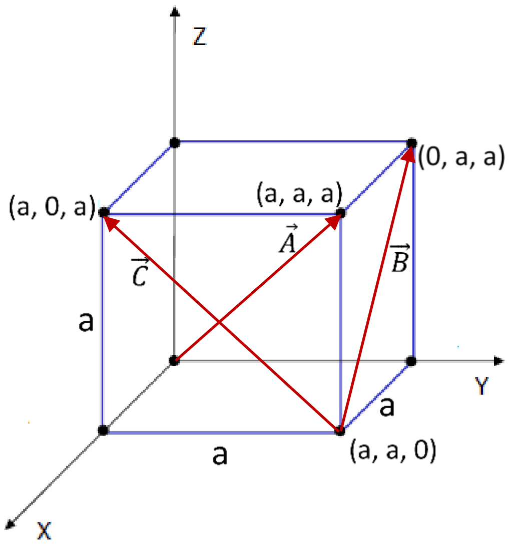
La figura muestra 3 vectores A, B, C . Calcule la magnitud del vector $\vec{D}$

$$si\ \vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=0$$

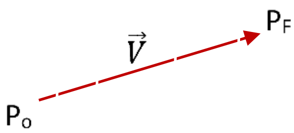


#22 - MAYTA GUZMAN FABRICIO

Solución:



Propiedad:



$\vec{V} = P_F - P_O$

Determinar A,B,C

$$\vec{A}=(a,a,a)$$

$$\vec{B}=(-a,0,a)$$

$$\vec{C}=(0,-a,a)$$

Por Dato

$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=0$$

$$(a,a,a)+(-a,0,a)+(0,-a,a)+\vec{D}=0$$

$$(0,0,3a)+\vec{D}=(0,0,0)$$

$$\Rightarrow \vec{D}=(0,0,-3)=0\hat{\imath}+0\hat{\jmath}-3\hat{k}$$

$$\Rightarrow |D|=\left|-3a\hat{k}\right|=3a$$

Dado los vectores

$$\vec{A} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 10\hat{k};\ \vec{B} = -10\hat{\imath} + 7\hat{\jmath} - \hat{k};\ \vec{c} = \hat{\imath} - 9\hat{\jmath} - \hat{k}$$

Hallar el vector unitario $\vec{\mu}$ si se sabe que el vector unitario $\overrightarrow{\mu_R}$ de la resultante de los tres vectores satisface relación.

$$\overrightarrow{\mu_R} + 13\vec{\mu} = \frac{57\hat{\imath}}{5} - \frac{21\hat{k}}{5}$$

RESOLUCION:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (-6, 0, 8)$$

$$|\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = \sqrt{6^2 + 0 + 8^2} = 10$$

$$\overrightarrow{\mu_R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \left(\frac{-6, 0, 8}{10}\right) = \left(-\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right)$$

#23 - MESTAS LIPA CRISTHIAN ANDRE

$$\overrightarrow{\mu_R} + 13\vec{\mu} = \frac{57\hat{\imath}}{5}, 0, \frac{21\hat{k}}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right) + 13\vec{\mu} = \frac{57\hat{\imath}}{5}, 0, \frac{21\hat{k}}{5}$$

Comprobando:

$$\vec{\mu} = \frac{(12, 0, 5)}{13} \Rightarrow |\vec{\mu}| = \sqrt{\frac{12^2 + 5^2}{13^2}} = \sqrt{\frac{169}{169}} = 1$$

Respuesta:

$$\vec{\mu} = \frac{12\hat{\imath}}{13} + \frac{5\hat{k}}{13}$$

Dado los vectores $\vec{P} = (2;\ -1; 1)$, $\vec{Q} = (-1; 2; 2)$ y $\vec{R} = (1;\ -2; a)$. Cuanto debe Valer a para que los vectores asean coplanares.

SOLUCIÒN:

Condición de coplanaridad:

$$\vec{P}.(\vec{Q} \times \vec{R}) = 0$$

#24 - MONROY QUISPE MARICARMEN

Producto cruzado $\vec{Q} \times \vec{R}$:

$$\vec{Q} \times \vec{R} = \begin{matrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & a \end{matrix}$$

Calculando cada determinante:

- Para $\hat{\imath}$:

$$2a - (-4) = 2a + 42a - (-4)$$

$$= 2a + 42a - (-4)$$

$$= 2a + 4$$

- Para $\hat{\jmath}$:

$$(-1)(a) - (2)(1) = -a - 2(-1)(a) - (2)(1)$$

$$= -a - 2(-1)(a) - (2)(1)$$

$$= -a - 2$$

- Para $\hat{k}$:

$$(-1)(-2) - (2)(1) = 2 - 2 = 0(-1)(-2) - (2)(1) = 2 - 2$$

$$= 0(-1)(-2) - (2)(1)$$

$$= 2 - 2$$

$$= 0$$

Entonces producto cruzado es:

$$\vec{Q} \times \vec{R} = (2a + 4, -a - 2, 0)$$

Producto punto $\vec{P}.(\vec{Q} \times \vec{R})$:

$$\vec{P}.(\vec{Q} \times \vec{R}) = \ 0$$

$$(2;\ -1; 1)\ (2a + 4, -a - 2, 0)=0$$

$$2(2a + 4) + (-1)(-a - 2) + 1(0) = 0$$

$$2(2a + 4) + (a + 2) = 0$$

$$4a + 8 + a + 2 = 0$$

$$5a + 10\ =\ 0$$

$$a = -2$$

Para que valores de “**m**” ∈ ℝ, el vector $\left[\boldsymbol{m}\,, -\boldsymbol{m}\,,\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}(\boldsymbol{m}-\mathbf{1})\right]$ es unitario.

SOLUCION:

$\overline{A}$ = $\left(m\,, -m\,,\ \frac{1}{4}(m-1)\right)$ será unitario si

$|\overline{A}|$ = 1

$$\sqrt{m^2 + (-m)^2 + \left(\frac{1}{4}(m-1)\right)^2} = 1$$

#28 - QUIRO ARGUEDAS
ROBERT HERALDO

$2m^2 + \frac{m^2-2m+1}{16} = 1^2$

$33m^2$ - 2m + 1 = 16

$33m^2$ - 2m – 15 = 0

Usando formula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ obtenemos

$$m = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(33)(-15)}}{2(33)}$$

m = $\frac{1 \pm 4\sqrt{31}}{33}$

RESPUESTA:

“m” debe ser igual a $\frac{\mathbf{1} \pm \mathbf{4}\sqrt{\mathbf{31}}}{\mathbf{33}}$ para que el vector $\left[\boldsymbol{m}\,, -\boldsymbol{m}\,,\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}(\boldsymbol{m}-\mathbf{1})\right]$ sea unitario.

Dado los vectores: a (2,1,-3) y b (1,0,-2), hallase un vector unitario que sea perpendicular a ambos.

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

A X B = i (1.(-2) - (-3).0) – j (2.(-2) – (-3).1) + k (2.0 – 1.1)

A X B = i (-2 – 0) – j (-4 + 3) + k (0 – 1)

A X B = -2i + j – k

A X B = (-2,1,-1)

IIA X BII = $\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2}$

IIA X BII = $\sqrt{4 + 1 + 1}$

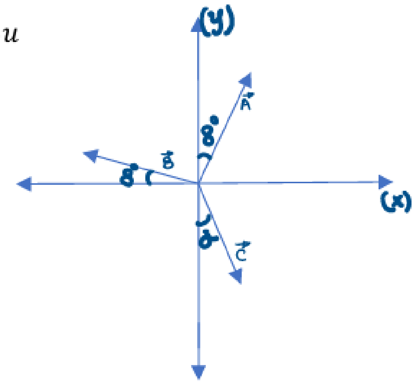
IIA X BII = $\sqrt{6}$

$$u = \frac{A \times B}{\| A \times B \|} = \frac{(-2,1,-1)}{\sqrt{6}} = -\frac{2}{\sqrt{6}} i + \frac{1}{\sqrt{6}} j - \frac{-1}{\sqrt{6}} k$$

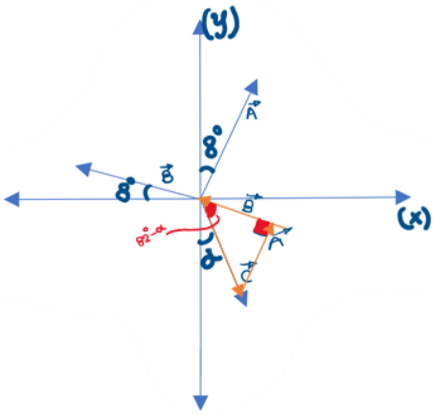
#30 - RAMOS BARRIOS GISELA ROSAURA

Halle α y $|\vec{A}|$ para que la resultante de los 3 vectores mostrados sea nula.

Si $|\vec{B}| = 7u$ y $|\vec{c}| = 25u$



Primero realizamos una descomposición vectorial:



#31 - RAMOS VILCA FRANCY JIMENA

De la ley de Senos:

$$\frac{A}{Sen(82° - \alpha)} = \frac{B}{Sen(8° + \alpha)} = \frac{C}{Sen90°}$$

Ahora buscamos despejar α a partir de B y C:

$$\frac{7}{Sen(8° + \alpha)} = \frac{21}{1}$$

$$Sen(8° + \alpha) = \frac{7}{25}$$

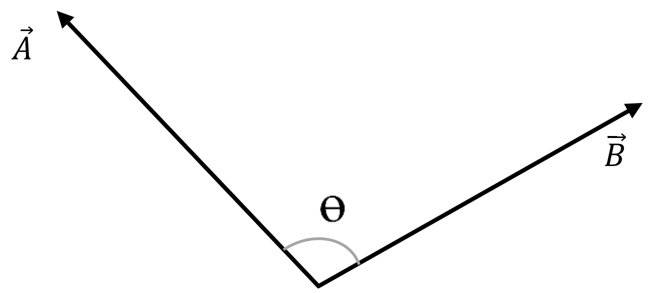
$$\alpha = 8°$$

Evaluamos la expresión en A y C:

$$\frac{A}{Sen74°} = \frac{B}{Sen90°} = A = \frac{24}{25} \cdot 25$$

$$A = 24u$$

Si el módulo de un vector es A=2 y el otro es de doble magnitud B=2A, si el ángulo que forman dichos vectores es 120º. Hallar el módulo de la suma de los vectores.



#32 - TIPO CATUNTA ROY JESUS ALDAIR

$|\vec{A}| = 2$; $|\vec{B}| = 2|\vec{A}| = 2 * 2$

$|\vec{B}| = 4$

ϴ = 120º

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2 * 2 * 4cos120}$$

$$\boxed{\textbf{Rpta: } |\vec{A} + \vec{B}| = 2\sqrt{3}}$$

Demostrar que:

$A \times (B \times C) + B \times (C \times A) + C \times (A \times B) = 0$

Solución:

Usaremos una propiedad de vectores:

$P \times (Q \times R) = (P \cdot R)\, Q - (P \cdot Q)\, R$

Luego operamos cada sumado por separado:

$A \times (B \times C) = (A \cdot C)\, B - (A \cdot B)\, C$

$B \times (C \times A) = (B \cdot A)\, C - (B \cdot C)\, A$

$C \times (A \times B) = (C \cdot B)\, A - (C \cdot A)\, B$

Sumando miembro a miembro y sabiendo que: $(P \cdot R) = (R \cdot P)$

$A \times (B \times C) \times B \times (C \times A) + C \times (A \times B) =$

$(A \cdot C)\, B - (A \cdot B)\, C + (A \cdot B)\, C - (B \cdot C)\, A + (B \cdot C)\, A - (A \cdot C)\, B = 0$

#35 - ZELA CCAPA ELVIS