

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

PUNO

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
SISTEMAS**

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

– FÍSICA 1 –



EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE

DINÁMICA ROTACIONAL

(cambiar de acuerdo al tema)

Grupo A

DOCENTE:

Dr. Carlos Carcausto Quispe

SEGUNDO SEMESTRE

2024-2

Ejercicio : de análisis dimensional

Da la expresión de la velocidad $v = \frac{\sqrt{3}yRA}{\pi d^2(P-P)}$ que es homogénea.

Donde **y**: peso específico, **A**: área, **d**: diámetro, **p**: densidad. Hallar la dimensión de **R**

Solucion:

$$[v] = \frac{[\sqrt{3}][y][R][A]}{[\pi][d]^2[P - P]}$$

$$LT^{-1} = \frac{ML^{-2}T^{-2}[R]L^2}{L^2ML^{-2}}$$

$$L^2M\dot{L}^3LT^{-1} = ML^{-2}T^{-2}[R]L^2$$

$$L^{-1}LT^{-1} = T^{-2}[R]$$

$$T^{-1} = T^{-2}[R]$$

$$T = [R]$$

#2 - Arela Apaza Dario Jose

PRIMER TEMA:

Dada la expresión dimensionalmente correcta:

$$D = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{C}{\infty}}}} + \frac{m}{v}$$

Donde:

$d = \text{densidad}$

$m = \text{masa}$

$v = \text{volumen}$

#3 - ARISACA TORRES MARK GREGORY

Solución:

$$D = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{C}{\infty}}}} + \frac{m}{v}$$

$$D^3 = \frac{C}{\sqrt{\sqrt{\frac{C}{\infty}}}}$$

$$D^3 = \frac{C}{D}$$

$$D^4 = C$$

$$[C] = [D]^4$$

$$[C] = (ML^{-3})^4$$

$$[C] = M^4L^{-12}$$

ANILISIS DIMENSIONAL

En la siguiente expresión hallar [k]

$v = \text{velocidad}$, $d = \text{distancia}$

$$K = \frac{v^2}{2d}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{LT}^{-1} \quad \#4 - \text{SHAIN JERSON BENAVENTE LEON}$$

$$d = L$$

$$[k] = \frac{(LT^{-1})^2}{l} = \frac{L^2T^{-2}}{l} = LT^{-2}$$

PROBLEMA DE ANALISIS DIMENSIONAL

La expresión siguiente:

$$\sqrt{A + B^n} + A^{\cos \alpha} = B^{2\text{sen}^2 \alpha}$$

Es dimensionalmente homogénea, entonces el valor de “n” es:

SOLOUCION:

$$\sqrt{[A] + [B]^n} + [A]^{\cos \alpha} = [B]^{2\text{sen}^2 \alpha}$$



APLICAMOS EL PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD:

$$[A]^{\frac{1}{2}} = [B]^{\frac{n}{2}} = [A]^{\cos \alpha} = [B]^{2\text{sen}^2 \alpha}$$



1. Igualamos y reemplazamos las dimensiones de A:

$$[A]^{\frac{1}{2}} = [A]^{\cos \alpha}$$

$$\frac{1}{2} = \cos \alpha$$

2. Igualamos y reemplazamos las dimensiones de B: #5 – BENITO CHAMBI MIGUEL ANGEL

$$[B]^{\frac{n}{2}} = [B]^{2\text{sen}^2 \alpha}$$

$$\frac{n}{2} = 2 \text{sen}^2 \alpha \quad ; \quad \frac{n}{4} = \text{sen}^2 \alpha$$

Convenientemente elevamos al cuadrado la primera parte (1):

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = (\cos \alpha)^2 \frac{1}{4} = \cos^2 \alpha$$

Ahora recordemos una identidad trigonométrica para poder aplicar a nuestro problema (PITAGORICA):

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Aplicamos la identidad trigonométrica y reemplazamos para hallar el valor de “n”:

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\diamond \quad \frac{n}{4} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow n = 3$$

Ejercicio de Análisis Dimensional

En la expresión dada: $(\sum_{i=1}^m F_i) \frac{\omega h}{m} = \frac{R^{-z} a k}{F_0}$

Donde: F_0, F_i son: fuerzas ; ω : frecuencia angular
 m : masa ; a : aceleración;

h y R : son longitudes y $[k] = MT^{-3}$

¿Qué valor tiene z ?

Solución:

La expresión: $\sum_{i=1}^m F_i$ se desarrolla como sumatoria (Σ .)
así:

$$\sum_{i=1}^m F_i = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_m$$

por el principio de homogeneidad:

#8 - GIAMPIER LITMAR CCAPA ANCCO

$$\left[\sum_{i=1}^m F_i \right] = MLT^{-2} \quad , \quad \left(\sum_{i=1}^m F_i \right) \frac{\omega h}{m} = \frac{R^{-z} a k}{F_0}$$

$$(MLT^{-2}) \frac{(T^{-1})(L)}{M} = \frac{L^{-z}(LT^{-2})(MT^{-3})}{MLT^{-2}}$$

$$L^2T^{-3} = L^{-z}T^{-3}$$

corresponde al exponente de L : $2 = -z$, $z = -2$

ANALISIS DIMENSIONAL

Hallar las dimensiones de K si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta. $K = d v^2$. Además, d : densidad, v : velocidad.

1. **Densidad (d):**

La densidad se define como masa por unidad de volumen. Sus dimensiones son:

$$[d] = \frac{[M]}{[L^3]} = ML^{-3}$$

2. **Velocidad (v):**

La velocidad se define como distancia recorrida por unidad de tiempo. Sus dimensiones son:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = LT^{-1}$$

3. **Velocidad al cuadrado (v^2):**

Al elevar la velocidad al cuadrado, sus dimensiones se convierten en:

$$[v^2] = (LT^{-1})^2 = L^2T^{-2}$$

#10 - CHECMA MONTALVO JESÚS VIDAL

Ahora, sustituimos las dimensiones de d y v^2 en la ecuación $K = d v^2$:

$$[K] = [d] \cdot [v^2] = (ML^{-3}) \cdot (L^2T^{-2})$$

Multiplicamos las dimensiones:

$$[K] = ML^{-3} \cdot L^2T^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$$

Por lo tanto, las dimensiones de K son:

$$[K] = ML^{-1}T^{-2}$$

Esto significa que K tiene dimensiones de masa por longitud a la potencia de -1 y tiempo a la potencia de -2.

EJERCICIO DE ANALISIS DIMENSIONAL

Determine las dimensiones que debe de tener “C” si la expresión siguiente es dimensionalmente correcta:

$$(D^2 + E)^2 = \frac{(\pi \text{ Sen } \alpha)}{B} - A^{\text{sen}30}$$

En donde A,B y D son dimensionalmente desconocidas y se sabe que:

$$E = 10,5 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad C = \frac{D^4 B^{\text{sen} 30^\circ}}{A}$$

SOLUCIÓN:

Por principio de homogeneidad:

$$[D^2 + E]^2 = \left[\frac{\pi \text{ Sen } \alpha}{B} \right] = [A]^{\text{sen}30}$$

En (a) por homogeneidad:

$$[D^2 + E] \quad [D]^2 \rightarrow [E] \quad \#13 - \text{COAQUIRA IDME TAYLOR YAMPIER}$$

Hallamos la dimensión de E, ya que es igual a la dimensión de $[D]^2$:

$$[E] = \frac{[10,5][m]}{[s]} \quad [E] \Rightarrow \frac{1L}{T} \rightarrow [E] = LT^{-1}$$

$$[E] = [D]^2 \quad ([D]^2)^2 = (LT^{-1})^2 \quad [D]^4 = L^2T^{-2}$$

En (a) y (c) :

$$[D^2 + E]^2 = [A]^{\text{sen}30}$$

$$[D]^4 = [A]^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad L^2T^{-2} = [A]^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad [A] = L^4T^{-4}$$

De (b) y (c) :

$$\left[\frac{\pi \text{ Sen } \alpha}{B} \right] = [A]^{\text{sen}30}$$

$$\frac{[\pi][\text{Sen } \alpha]}{[B]} = (L^4T^{-4})^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{(1)(1)}{L^2T^{-2}} = [B] \rightarrow [B] = L^{-2}T^2$$

Del dato adicional del problema hallamos [C]: $[C] = \frac{[D]^4 [B]^{\text{sen} 30^\circ}}{[A]}$; $[C] =$

$$\frac{(L^2T^{-2})(L^{-2}T^2)^{\frac{1}{2}}}{L^4T^{-4}}$$

$$\text{RPTA:} \quad [C] = L^{-3}T^3$$

ANALISIS DIMENSIONAL

Se sabe que la potencia de una hélice impulsora de un barco es función del radio y velocidad angular de la hélice y la densidad del agua del mar. Hallar esta relación

Datos:

P= potencia ; ω =Velocidad angular; R= radio; ρ = densidad

Dimensiones:

$$[\omega] = T^{-1}$$

$$[R] = L$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

#14 - Vanesa May Cutipa Nina

$$[P] = ML^2T^{-3}$$

Entonces:

$$P = f(\omega, R, \rho) = C\omega^x R^y \rho^z$$

Donde C es una constante y hay que hallar los valores x,y,z

$$[P]=[C][\omega]^x[R]^y[\rho]^z = (T^{-1})^x(L)^y(ML^{-3})^z = M^z L^{y-3z} T^{-x}$$

$$ML^2T^{-3} = M^z L^{y-3z} T^{-x}$$

Comparamos los exponentes:

$$M = 1 = z$$

$$L = 2 = y - 3z$$

$$T = -3 = -x$$

Finalmente:

$$P = C\omega^3 R^5 \rho^1$$

Problema de Análisis Dimensional

Un ejercicio de dinámica de una partícula tiene un enunciado que se inicia así: Una partícula esta en movimiento con una aceleración cuyo módulo esta dado por:

$$\mu \left(r + \frac{a^3}{r^2} \right)$$

Siendo “r” la distancia entre el origen de coordenadas y la partícula. Considere que la partícula fue lanzada desde una distancia “a” con una velocidad inicial $2\sqrt{\mu a}$ ¿Existe algún error conceptual en el enunciado? ¿Por qué razón?

SOLUCION:

Después de leer el texto podemos concluir que:

$$[r] = L$$

$$[a] = L$$

$$[2\sqrt{\mu a}] = LT^{-1} \quad \#17 - \text{Flores Flores Emerson Aldair}$$

Ahora vamos a despejar la ecuación para hallar el valor de μ :

$$([\mu]L)^{\frac{1}{2}} = LT^{-1}$$

$$[\mu]L = L^2T^{-2}$$

$$[\mu] = LT^{-2}$$

Finalmente, después de haber hallado todos los valores podemos reemplazar y observar si es la ecuación de la aceleración o no.

$$LT^{-2} \left(L + \frac{L^3}{L^2} \right)$$

$$LT^{-2}(L + L)$$

$$L^2T^{-2}$$

Entonces podemos ver que el error conceptual es que la ecuación de la aceleración está mal fundamentada ya que la aceleración es LT^{-2}

EJERCICIO DE ANÁLISIS DIMENSIONAL

La velocidad crítica V_c a la cual el flujo de un líquido a través de un tubo se convierte en turbulento, depende de la viscosidad n , de la densidad p del fluido, del diámetro D del tubo y de una constante adimensional R . Dar la ecuación dimensional para la viscosidad.

$$[n] = ML^{-1} T^{-1}$$

La dependencia de V_c con n , p , D y R es:

DATOS:

- $[V_c] = [velocidad] = LT^{-1}$
- $[R] = [constante] = 1$
- $[n] = [viscosidad] = ML^{-1} T^{-1}$
- $[p] = [densidad] = ML^{-3}$
- $[D] = [diámetro] = L$

SOLUCIÓN:

#19 - LLANOS TICONA BLANCA ROSARIO

1. Determinamos la condición del problema, y nos plantea lo siguiente:

$$V_c = R n^x p^y D^z \dots \dots (I)$$

2. Trabajamos en (I)

$$\begin{aligned} [V_c] &= [R] [n]^x [p]^y [D]^z \\ LT^{-1} &= 1 * (ML^{-1}T^{-1})^x (ML^{-3})^y (L)^z \\ M^0 L^1 T^{-1} &= M^{x+y} L^{-x-3y-z} T^{-x} \end{aligned}$$

3. Aplicamos la homogeneidad, igualando exponentes de términos semejantes:

- $0 = x + y \dots (\theta)$
- $1 = -x - 3y + z \dots (\alpha)$
- $-1 = -x \dots (\beta)$

Entonces:

- De (θ) : $x = 1$
- En (α) : $y = -1$
- En (β) : $z = -1$

4. Por último, en (I) realizamos la fórmula empírica reemplazando los valores iniciales:

$$\begin{aligned} V_c &= R n^x p^y D^z \\ V_c &= R n p^{-1} D^{-1} \\ V_c &= R \frac{n}{p} \end{aligned}$$

Análisis dimensional

La ecuación de una onda mecánica amortiguada está dada por la siguiente expresión:

$Y = ae^{bt} \text{Sen}(ct + \alpha)$, donde t =tiempo, Y es posición; e es la base de logaritmos neperianos, α es un Angulo. Determine la magnitud que posee: $\frac{[a][b]^2}{[c]}$.

#20 - Gianmarco Alain Bruno Machaca Cahuana

SOLUCIÓN

Hallamos las variables:

$$\begin{aligned} 1. \quad Y &= ae^{bt} \\ [Y] &= [a][e^{bt}] \\ L &= [a] \\ [a] &= L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad bt &= 1 \\ [b][t] &= 1 \\ [b]T &= 1 \\ [b] &= T^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad ct + \alpha \\ [c][t] &= [\alpha] \\ [c]T &= 1 \\ [c] &= T^{-1} \end{aligned}$$

Remplazamos los valores en la siguiente ecuación:

$$\frac{[a][b]^2}{[c]}$$

$$\frac{L(T^{-1})^2}{T^{-1}}$$

$$\frac{LT^{-2}}{T^{-1}}$$

$$LT^{-2-(-1)}$$

$$LT^{-1} \rightarrow \text{Velocidad}$$

PROBLEMA PROPUESTO

Hallar las dimensiones de R si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea:

$$R = EV(1 - e^{\pi})^2$$

Donde; E = energía y V = velocidad.

SOLUCIÓN:

>>> Si la expresión es dimensionalmente correcta:

$$[R] = [EV (1 - e^{\pi})^2]$$

$$[R] = [E][V][1 - e^{\pi}]^2 \quad [\text{Expresión numérica}] = 1$$

$$[R] = [E][V] \times 1$$

>>> Según los datos:

#21 - Jhon Deyvis Romario Mamani Machaca

A continuación, se despliega a su equivalencia de cada dimensión.

$$[R] = [\text{energía}] [\text{velocidad}] \times 1$$

$$[R] = ML^2T^{-2} \cdot LT^{-1}$$

$$[R] = ML^3T^{-3}$$

ANALISIS DIMENCIONAL

Ejemplo

Al estudiar las ondas mecánicas estacionarias que se generan en una cuerda de longitud L y soportando una fuerza F , se determina que la frecuencia fundamental es:

$$f = 1/2L * \sqrt{F/u}$$

Determine las unidades de u .

Solución:

Reducir la ecuación

#22- FABRICIO MAYTA GUZMÁN

$$f = 1/2L * \sqrt{F/u} \rightarrow f * 2L = \sqrt{F/u} \rightarrow f^2 * (2L)^2 = F/u \rightarrow u * f^2 * (2L)^2 = F$$

Dimensiones

$$4 * u * f^2 * L^2 = F$$

$$[4 * u * f^2 * L^2] = [F]$$

$$[4] * [u] * [f]^2 * [L]^2 = [F] \rightarrow [4] = 1 \quad [f] = T^{-1} \quad [L] = L \quad [F] = MLT^{-2} \quad [u] = ??$$

$$[u] (T^{-1})^2 * L^2 = MLT^{-2}$$

$$[u] * T^{-2} * L^2 = MLT^{-2}$$

$$[u] = ML^{-1}$$

Determinar las unidades

$$u = \text{Kg/m}$$

#23 - Mestas Lipa Cristhian Andre

EJERCICIO DE FISICA – ANALISIS DIMENSIONAL

En un nuevo sistema de unidades se usa el área(S) en reemplazo de la longitud(L) y el peso(P) en reemplazo de la masa(M). Las otras 5 magnitudes del S.I. son las mismas.

¿Cuál es la ecuación dimensional de la permitividad eléctrica del vacío “ ϵ_0 ”

Recuerde:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1 \times q_2}{d^2}$$

Resolución:

En el nuevo sistema de unidades existe la siguiente equivalencia con el S.I.

- AREA (S)

$$[S] = L^2$$

- PESO(P)

$$[P] = [m * g]$$

$$[p] = [M][LT^{-2}]$$

$$[M] = PS^{-\frac{1}{2}}T^2$$

- $[F_e] = \left[\frac{1}{4\pi}\right] \times \left[\frac{1}{\epsilon_0}\right] \times \left[\frac{q_1 \times q_2}{d^2}\right]$

- $[F_e] = 1 \times \left[\frac{1}{\epsilon_0}\right] \times \frac{[q]^2}{[d]^2}$

- $MLT^{-2} = \frac{1}{[\epsilon_0]} \times \frac{I^2 \times T^2}{L^2}$

- $\epsilon_0 = \frac{I^2 \times T^2}{ML^3T^{-2}}$

- $\epsilon_0 = P^{-1}S^{-1}T^2I^2$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Sabemos que la energía disipada en forma de calor (Q) por el efecto Joule en una resistencia eléctrica depende de la intensidad de la corriente que la atraviesa (I), de la resistencia (R) y del tiempo (t) que circula la corriente por ella. Calcular la forma de la función: $Q=f(I,R,t)$

SOLUCIÓN:

1. Identificación de variables y sus dimensiones

- Q (energía disipada): $[Q] = ML^2T^{-2}$
- I (intensidad de corriente): $[I] = A$
- R (resistencia): $[R] = ML^2T^{-3}A^{-2}$
- t (tiempo): $[t] = T$

Donde:

- M: masa
- L: longitud
- T: tiempo
- A: corriente eléctrica

2. Ecuación general

$$Q = KI^x R^y t^z$$

Donde K es una constante adimensional, y x, y, z son los exponentes a determinar.

3. Aplicación del principio de homogeneidad dimensional

Igualamos las dimensiones de ambos lados de la ecuación:

$$[ML^2T^{-2}] = [A^x] [ML^2T^{-3}A^{-2}]^y [T]^z$$

$$ML^2T^{-2} = A^x M^y L^{2y} T^{-3y} A^{-2y} T^z$$

$$ML^2T^{-2} = M^y L^{2y} T^{z-3y} A^{-2y+x}$$

4. Resolución del sistema de ecuaciones

- M: $1 = y$
- L: $2 = 2y$
- T: $-2 = z - 3y$
- Para A: $0 = x - 2y$

Resolviendo:

#24 – MONROY QUISPE

MARICARMEN

1. $y = 1$
2. $2 = 2(1)$, se cumple
3. $-2 = z - 3(1)$ $z = 1$
4. $0 = x - 2(1)$ $x = 2$

6. Resultado final

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación original:

$$Q = K I^2 R t$$

ANALISIS DIMENCIONAL

EJERCICIO:

En la siguiente formula física, encontrar las dimensiones de **K**, sabiendo que **t** es tiempo.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{K} e^{\mathbf{K}t}$$

SOLUCIÓN:

De la formula física $\mathbf{Y} = \mathbf{K} e^{\mathbf{K}t}$ el exponente $\mathbf{K}t$ debe ser adimensional para que la función exponencial $e^{\mathbf{K}t}$ este bien definida, el argumento del exponente $\mathbf{K}t$ debe ser adimensional, es decir:

$$[\mathbf{K} t] = 1$$

$$[\mathbf{K}] \cdot [t] = 1$$

$$[\mathbf{K}] \cdot T = 1$$

$$[\mathbf{K}] = \frac{1}{T}$$

$$[\mathbf{K}] = T^{-1}$$

#28 - Robert Heraldo Quiro Arguedas

RESPUESTA:

La dimensión de **K** es T^{-1} .

ANALISIS DIMENSIONAL

En la siguiente fórmula física dimensionalmente correcta, indicar las dimensiones de $x \cdot b \cdot t$:

$$X = A * e^{-b \cdot W} * \text{sen}(W * t)$$

Donde:

A = longitud

e = constante numérica (e=2.71828)

W = velocidad angular [#32 - TIPO CATUNTA ROY JESUS ALDAIR](#)

PROPIEDADES A TOMAR EN CUENTA:

1. Propiedad de los ángulos:

Las funciones trigonométricas se aplican a los ángulos, los cuáles son números y se considera de forma práctica que su dimensión es igual a 1.

2. Propiedad de los exponentes:

Los exponentes son siempre números, por ello, la dimensión de un exponente se considera de forma práctica igual a 1.

Para hallar “x” tenemos:

$$[X] = [A] * [e]^{-b \cdot W} * [\text{sen}(W * t)]$$

$$[X] = [A] * 1 * 1 \rightarrow L$$

Para hallar “b” por propiedad de exponentes tenemos:

$$[-b * W] = 1$$

$$[-1] * [b] * [W] = 1 ; [b] = T$$

Para hallar “t” por propiedad de ángulos tenemos:

$$[W * t] = 1$$

$$[W] * [t] = 1$$

$$T^{-1} * [t] = 1 ; [t] = T$$

Rpta: $x * b * t = L * T * T = LT^2$

TEMA 1

Si la ecuación cumple con la regla de la homogeneidad, halle [X] e [Y]

$$DX = \frac{a_1 - a_2}{T} - \frac{F_1 - F_2}{y}$$

Donde:

D: densidad

$a_1 - a_2$: son aceleraciones

$F_1 - F_2$: fuerzas

T: tiempo

#35 - ELVIS ZELA CCAPA

SOLUCION:

$$a_1 - a_2 = a_3 ; F_1 - F_2 = F_3$$

$$DX = \frac{a_3}{T} - \frac{F_3}{y}$$

$$[DX] = \frac{[a_3]}{T} - \frac{[F_3]}{[y]}$$

$$[DX] = \frac{[a_3]}{T} ; \quad \frac{[a_3]}{T} - \frac{[F_3]}{[y]}$$

$$L^{-3}M[x] = \frac{LT^{-2}}{T} ; \quad \frac{LT^{-2}}{T} = \frac{LMT^{-2}}{[y]}$$

$$\underline{[x] = L^4M^{-1}T^{-3}} ; \quad \underline{[y] = MT}$$