# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

# PUNO

## FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y SISTEMAS

## ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

## – FÍSICA 1 –

**EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE**

**DINÁMICA ROTACIONAL**

**Grupo A**

**DOCENTE:**

Dr. Carlos Carcausto Quispe

**SEGUNDO SEMESTRE**

**2024-2**

**DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A**

**EJERCICIO #32 DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS PAG. 676**

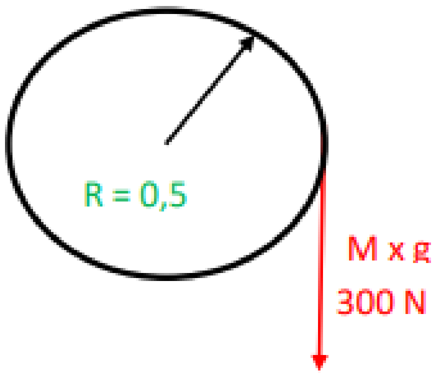
Para un cilindro de radio $50\ cm$ y $10\ kg$ de masa, se le enrolla una cuerda, hallar:

a) Si se cuelga un cuerpo de masa $30\ kg$, la aceleración angular del cilindro.
b) Si se tira del extremo de la cuerda con una fuerza de $100\ N$, la aceleración angular del sistema, si $g = 10\ m/seg^2$

Para el caso "a":

$M = 10\ kg$

$R = 50\ cm = 0{,}5\ m$




$$\sum t = I \propto$$

$$300.R = \frac{1}{2}MR^2.\propto$$

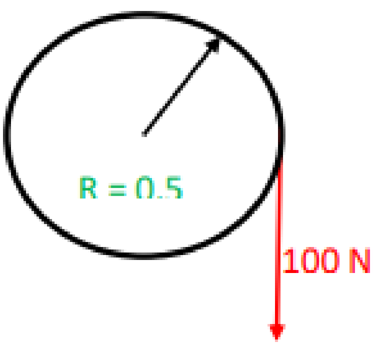
$$300 = \frac{RM \propto}{2}$$

$$\propto = \frac{600}{0{,}5 \times 10}$$

$$\propto = 120\ rad/seg^2$$

Para el caso "b":

#05-BENITO CHAMBI MIGUEL ANGEL




$$\sum t = I \propto$$

$$100.R = \frac{1}{2}MR^2.\propto$$

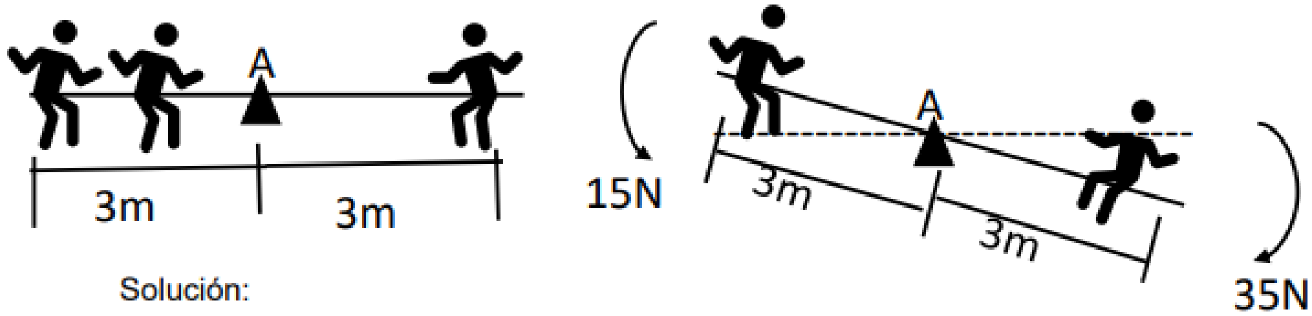
$$100 = \frac{RM \propto}{2}$$

$$\propto = \frac{200}{0{,}5 \times 10}$$

$$\propto = 40\ rad/seg^2$$

**DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A**

Tres niños están sentados en un sube y baja de tal forma que se balancea. Un niño de 15N y el otro de 35N están en los extremos opuestos, situados a una distancia de tres metros del punto de apoyo. Cuando el tercer niño se baja no existe equilibrio. Hallar la aceleración angular inicial se sube y baja, no considere el peso de la tabla. Use g = 10m/seg².




Solución:

La ecuación de la dinámica:

$$\sum \tau = I \times \alpha$$

$$\tau_1 = 15 \times 3 = 45Nm$$

$$\tau_2 = -35 \times 3 = -105Nm$$

$$\sum \tau = 45 - 105 = -60Nm$$

$I = m(r^2)$

$I_1 = 1.5 \times 9 = 13.5kgm^2$

$I_2 = 3.5 \times 9 = 31.5kgm^2$

$I = 13.5 + 31.5 = 45kgm^2$

$\alpha = \frac{\sum \tau}{I}$

$\alpha = \frac{-60}{45} = -1.33rad/s^2$

#08-CCAPA ANCCO

GIAMPIER LITMAR

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

## EJERCICIOS PROPUESTOS LEIVA – PAGINA 675

30. L a helice de un avion y el sistema giratorio al cual esta sujeta, tiene un momento de inercia total de 100kg-$m^2$ y giran a 1200 rpm. ¿Cual es el torque como consecuencia de que el avion efectua un giro de 120° en 10 segundos?

Solucion

Sabemos que :

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

$$\int \tau\, dt = \int \frac{dL}{dt} dt$$

$$\tau = \Delta t = \Delta L$$

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$$\Delta w = \omega_f - w_i$$

Momento angular es :

$$\Delta L = I \cdot (\Delta w)$$

Dato que tenemos

- $I = 100kg - m^2$

$$w_i = 1200 \cdot \frac{2\pi}{60} = 125{,}66\, rad/s$$

$$\theta = \frac{w_i + w_f}{2} \cdot \Delta t$$

$$w_f = \frac{2\theta}{\Delta t} - w_i$$

$$w_f = \frac{2 \cdot \frac{2\pi}{3}}{10} - 125{,}66$$

$$W_f = -125{,}24\, rad/s$$

$$\Delta L = I \cdot (\Delta w)$$

$$\Delta L = 100 \cdot (-124{,}24 - 125{,}66)$$

$$\Delta L = -25100\, kgm$$

$$\tau = \frac{-25100}{10}$$

$$\boldsymbol{\tau = -2510 N \cdot m}$$

#10-CHECMA MONTALVO JESUS VIDAL

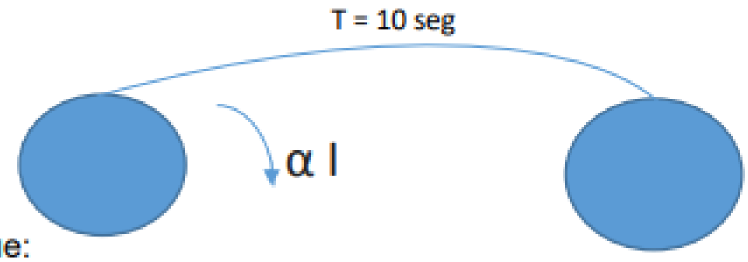
**DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A**

**Ejercicios Nº63 de Física I Leyva, pag. 684**

Una rueda inicia su movimiento con una aceleracion angular constante de 1 rad/seg y despues de 10 segundos de iniciado el movimiento adquiere un momento angular de 50 kg-m$^2$ /seg .

Hallar la energia cinetica que tendra esta rueda al termino delos 20 segundos de haber iniciado la rotacion.

**Solucion**:




Sabemos que:

$$L = I*\alpha*t ....................................(1)$$

También, como la aceleración es constante

$$V_f = V_o + a*t$$

$$Vf = a*20 ..................................(2)$$

También ω = α*t, de los datos:

$$L = I*\omega$$

$$L = I*\omega$$

$$50 = I*(1)*(10)$$

$$I = 5 \text{ kg-m}^2$$

#13-COAQUIRA IDME
TAYLOR YAMPIER

La Ec será:

$$Ec = \frac{mv_f^2}{2} + \frac{I*\omega^2}{2}$$

$$Ec = \frac{m*a^2*t^2}{2} + \frac{I*\omega^2}{2}$$

$$Ec = \frac{m*\alpha^2*r^2*t^2}{2} + \frac{I*\alpha^2*t^2}{2}$$

$$Ec = I*\alpha^2*t^2 + \frac{I*\alpha^2*t^2}{2}$$

$$Ec = 5*1*400 + \frac{5*1^2*20^2}{2}$$

**RPTA : Ec = 3000 J**

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

**Problema:**

Se tiene un cilindro de 20 kg de radio 0.3 m, sobre el actúa una fuerza tangencial de 3N tal como se indica en la figura. Hallar

A) El torque que actúa sobre el cilindro
B) La aceleración angular del cilindro

**Solución:**

a) Por definición de torque

$$\tau = RF_1$$
$$\rightarrow (0.3 * (3) = 0.9N - m$$

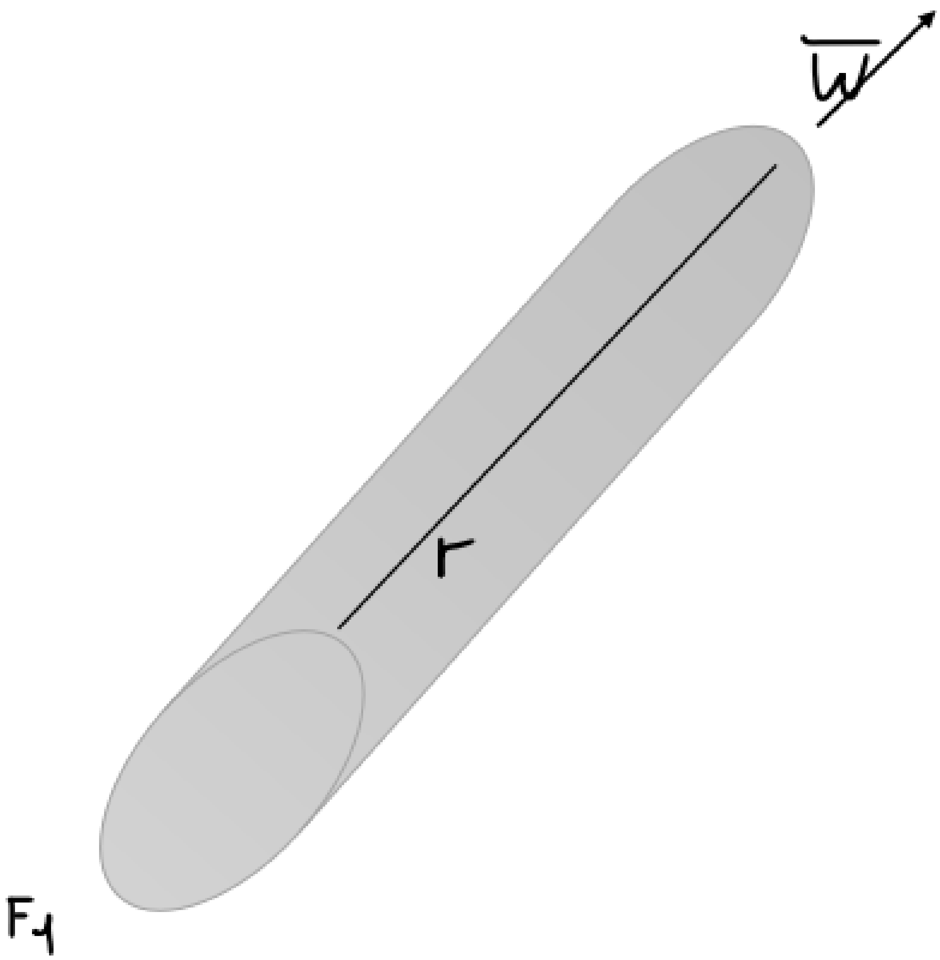
b) $\tau = Ia$

Nota $\rightarrow I = \frac{1}{2}mR^2$

$$\rightarrow a = \frac{\tau}{I} = \frac{t}{\frac{1}{2}mR^2} = \frac{2\tau}{mR^2}$$

$\rightarrow a = \frac{2*0.9}{20*0.3^2}$=1 rad/$rad^2$

#14-CUTIPA NINA VANESSA MAY



# DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

## LIBRO LEIVA – EJERCICIO PROPUESTO NÚMERO 59

Una masa de 2kg, cuelga de una cuerda de peso despreciable y que se encuentra enrollada sobre un cilindro y de masa 20kg y de radio 50cm. La masa de 2kg parte del reposo. Hallar:

a. La aceleración de la masa.
b. La velocidad angular del cilindro, después de 3 segundos de empezar el movimiento.

#19- LLANOS TICONA

BLANCA ROSARIO

**DATOS:**

- Masa colgante (m): 2kg
- Masa del cilindro (M): 20kg
- Radio (R): 50cm = 0.5m
- Gravedad (g): 10m/s
- Aceleración lineal (a): ¿?
- Aceleración angular (α): ¿?
- Velocidad angular (W): ¿?

**SOLUCIÓN:**

1. Masa colgante (m):

$$F_g = m * g$$

$$T = tensión$$

$$\sum F = mg - T$$

$$T = mg - ma$$

2. Torque y momento de inercia:

$$t = T * R$$

$$t = I * \alpha$$

$$entonces\ TR = I\,\alpha\ (I)$$

$$I = \frac{1}{2} * M * R^2 (II)$$

$$\alpha = \frac{a}{R} (III)$$

3. Reemplazamos en I:

$$TR = I\,\alpha$$

$$TR = \frac{1}{2} MR^2 \left(\frac{a}{R}\right)$$

$$TR = \frac{1}{2} MRa$$

$$T = \frac{1}{2} Ma$$

4. Igualamos T:

$$mg - ma = \frac{1}{2} Ma$$

$$a = \frac{mg}{\frac{1}{2} * M + m}$$

$$a = \frac{2 * 10^2}{\frac{1}{2} * 20 + 2}$$

$$a = \frac{20}{12}$$

$$a = 1.67 \frac{m}{s^2}$$

5. Hallamos la velocidad angular:

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

$$\alpha = \frac{1.67}{0.5}$$

$$\alpha = 3.34 \frac{rad}{s^2}$$

entonces reemplazamos en la fórmula...

$$W = Wo + \alpha * tiempo$$

$$W = 0 + 3.34 * 3$$

$$\boldsymbol{W = 10.02 \frac{rad}{s^2}}$$

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

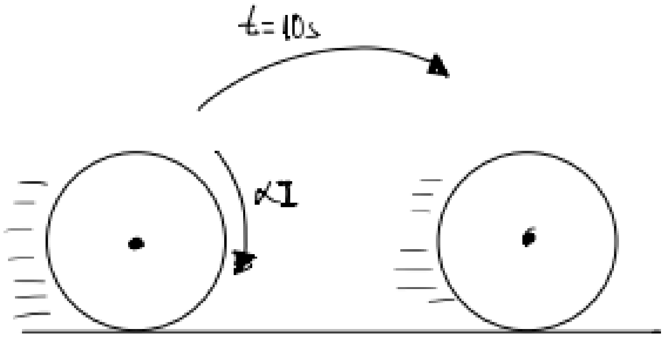
### Ejercicio 63 de Leyva Problemas Propuestos.

Una rueda inicia su movimiento con una aceleración angular contante de 1 rad/seg^2 y después de 10 segundos de iniciado el movimiento adquiere un momento angular de 50 Kg.m^2 seg.

Hallar la energía cinética que tendrá esta rueda al termino del tiempo de 20 segundos de haber iniciado la rotación.

### Solución

Sabemos que:




$L = I\vec{\alpha}t$

$v = v_0 + at \quad \rightarrow v = at \quad \rightarrow \omega = \alpha t$

$v = a \cdot 20$

Del momento angular:

$L = I\alpha t$

$50 = I(1)(10) \rightarrow I = 5$

#20-MACHACA CAHUANA
GIAMMARCO ALAIN BRUNO

### La ecuación de la energía cinética:

$$E_C = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$$E_c = \frac{1}{2}ma^2(20)^2\frac{1}{2}5(\alpha \times 20)^2$$

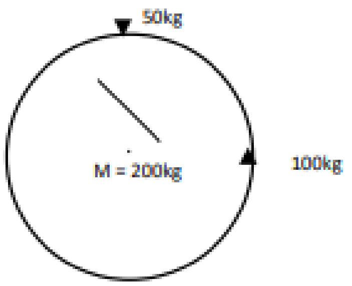
$$Ec = \frac{1}{2}(5)(1)^2(20)^2 + \frac{1}{2}(1 \times 20)^2$$

$$Ec = 2000j$$

## DINÁMICA DE ROTACIÓN – FÍSICA 1 – SISTEMAS II-A

**PROBLEMA:**

Para el cilindro que rueda sin deslizar sobre una mesa horizontal. Hallar la aceleración del centro de masa, si R = 0.5m.




#21-MAMANI MACHACA
JHON DEYVIS ROMARIO

**SOLUCIÓN:**

>>> Aceleración lineal respecto a la aceleración angular. $a = R \propto$

>>> $Fricción = \frac{I\propto}{R}$ >>> Despejando la aceleración $\propto = \frac{a}{R}$

>>> Por ende $Fricción = \frac{Ia}{R^2}$

>>>> Sustituimos $I = \frac{1}{2}mR^2$ en la ecuación anterior.

$$Fricción = \frac{\frac{1}{2}mR^2 \,.\, a}{R^2} = \frac{1}{2}ma$$

>>>> Dinámica lineal total -> $Fneto = ma + Fricción$

$$Fneto = ma + \frac{1}{2}ma = \frac{3}{2}ma$$

$$-490 = \frac{3}{2}ma \Rightarrow a = \frac{-490}{\frac{3}{2}m}$$

$$a = \frac{-490}{300} -> a = -1.63m/s^2$$

Problema propuesto número 42.

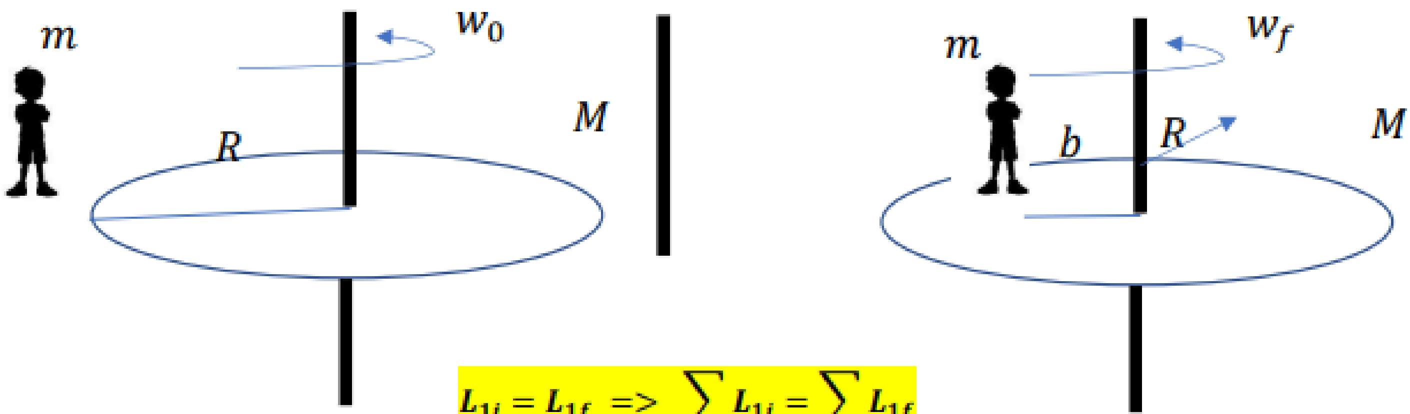
*Recuperado de Leyva 2019. Física I, pág. 678.*

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

### Problema

**Una plataforma de radio 3m y 80 kg de masa gira con una velocidad angular de $5\pi\ rad/seg$, con respecto a un eje de central fijo y vertical. Los soportes de la plataforma carecen de fricción (cojinete). Un niño de 20 kg de masa y que halla en reposo, salta sobre la plataforma, deteniéndose en un punto situado a 2m de distancia del eje de giro. Hallar la velocidad angular final del sistema**

### Solución




$$L_{1i} = L_{1f} \;=>\; \sum L_{1i} = \sum L_{1f}$$

$$0 + Iw_0 = mb^2 w_f + Iw_f$$

$$Iw_0 = w_f(mb^2 + I)$$

$$w_f = \frac{Iw_0}{(mb^2 + I)}$$

#22- MAYTA GUZMÁN

FABRICIO

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

$$w_f = \frac{\frac{1}{2}MR^2 w_0}{\left(mb^2 + \frac{1}{2}MR^2\right)}$$

$$w_f = \frac{MR^2 w_0}{(2mb^2 + MR^2)}$$

***REMPLAZANDO POR LOS DATOS***

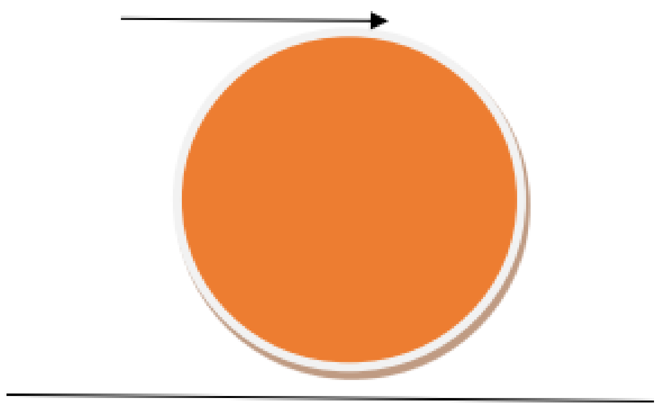
$$w_f = \frac{80 \times 3^2 \times 5\pi}{(2 \times 20 \times 2^2 + 80 \times 3^2)}\frac{rad}{seg}$$

$$w_f = 4\pi\frac{rad}{seg}$$

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

### PROBLEMA

08. Una fuerza de 100 N está aplicada tangencialmente al borde de un disco homogéneo de radio de 50 cm . Cuando el disco gira, experimente la acción de torque de rozamiento de 10 N·m . Hallar la masa del disco sabiendo que gira con una aceleración angular constante de 50 rad/s² .



$$\Sigma_T = I\alpha$$

$$\Sigma_T = F \cdot r - Tr$$

$$I = \frac{1}{2}Mr^2$$

### SOLUCIÓN

#23- MESTA LIPA

CRISTHIAN ANDRE

$$\Sigma_T = (100 \cdot 0.5) - 10 = 50 - 10 = 40N$$

$$40 = \left(\frac{1}{2} \cdot Mr^2\right)\alpha$$

$$40 = \left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot (0.5)^2\right)50$$

$$40 = 6.25M$$

$$6.4kg = M$$

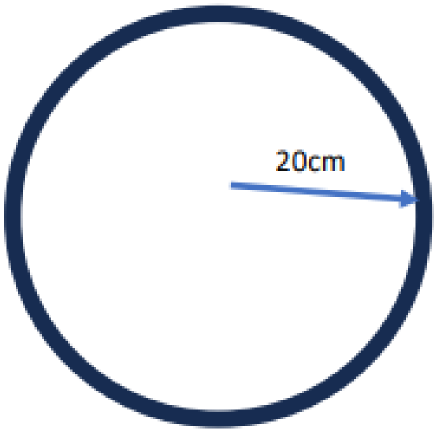
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

**PROBLEMA**

**1.- Una rueda de radio 10cm con momento de inercia 10kg/$m^2$ se le aplica un torquee de 20N/m. Hallar la velocidad lineal después de 5s, si parte del reposo.**

SOLUCIÓN:




Datos:

- Radio: r= 20cm = 0,2 m
- Momento de inercia: $I = 10\frac{kg}{m^2}$
- Esfuerzo de torción: $T = 20\frac{N}{m}$
- Tiempo: $t = 5s$
- Estado inicial: $v_0 = 0\frac{m}{s}$ $(parte\ del\ reposo)$

-Relación entre torque y aceleración angular:

$$T = I \times \alpha \rightarrow \alpha = \frac{T}{I}$$

#24- MONROY QUISPE MARICARMEN

-Realación entre aceleración angular y lineal:

$$a = \alpha \times r$$

-Ecuación para la velocidad lineal:

$$v = v_0 + a.t$$

**SOLUCIÓN:**

**1-Acelearación angular:**

$$= I \times \alpha \rightarrow \alpha = \frac{T}{I}$$

$$\alpha = \frac{20\ N/m}{10\ kg/m^2}$$

$$\alpha = 2\ rad/s^2$$

**2-Aceleración lineal:**

$$a = \alpha \times r$$

$$a = 2\frac{rad}{s^2} \times 0{,}2m$$

$$a = 0{,}4\ m/s^2$$

**3-Velocidad lineal:**

$$t = 5s$$

$$v = a \times t$$

$$v = 0{,}4\ m/s^2 \times 5$$

$$v = 2\ m/s$$

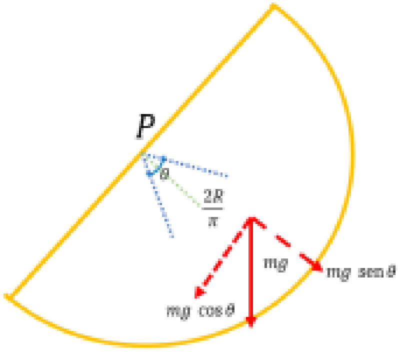
## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

### Problema 50 de Leyva_Fisica 1.

50. La mitad de un disco está dispuesto que pueda girar alrededor de un eje sin fricción que pasa por su centro de curvatura P. Hallar:

(a) La aceleración angular en función de su posición angular θ.

(b) La máxima velocidad angular del disco si se deja libre de la posición dada.




#27-POMA MAQUERA ABAD

### SOLUCIÓN

**Parte (a): Aceleración angular en función de θ.**

1.Torque neto: $\tau = r \cdot F_g \cdot \sin\theta$

$$\tau = \frac{2R}{\pi} \cdot mg \cdot \sin\theta$$

2. Segunda ley de Newton rotacional:
$\tau = I\,\alpha$

$$\frac{2R}{\pi} \cdot mg \cdot \sin\theta = \frac{1}{2} mR^2 \cdot$$

$$\alpha = \frac{\frac{2R}{\pi} \cdot g \cdot \sin\theta}{\frac{1}{2}R^2}$$

$$\alpha = \frac{4g\sin\theta}{\pi R}$$

**Parte (b): Máxima velocidad angular.**

**Método 1.**

$$\alpha = \frac{dw}{dt}\frac{d\theta}{d\theta} = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$$

2. Sustituimos:

$$\frac{4g\sin\theta}{\pi R} = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$$

$$\omega\, d\omega = \frac{4g\sin\theta}{\pi R}\, d$$

3. Integramos ambos lados:

$$\int_0^{\omega_{max}} \omega\ d\omega = \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{4g\sin\theta}{\pi R}\, d$$

4. Resolviendo las integrales:

$$\int_0^{\omega_{max}} \omega\ d\omega = \frac{\omega^2}{2}$$

$$w|_0^{\omega_{max}} = \frac{\omega_{max}^2}{2}$$

$$\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{4g\sin\theta}{\pi R}\, d\theta = \frac{4g}{\pi R}\int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin\theta\ d\theta$$

$$\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{4g\sin\theta}{\pi R}\, d\theta = \frac{4g}{\pi R}\cos\theta_0$$

6. Igualamos e integramos:

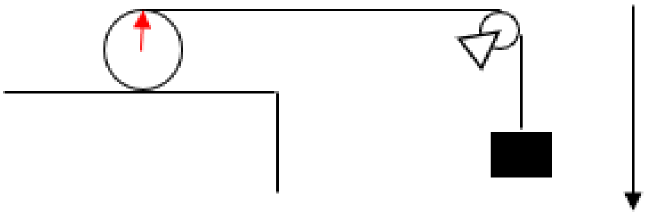
$$\frac{\omega_{max}^2}{2} = \frac{4g}{\pi R}\cos\theta_0$$

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{8g}{\pi R}\cos\theta_0}$$

## DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

**Ejercicio N°17: ejercicios propuestos Leyva- Física 1**

Sobre una masa horizontal hay un cilindro de masa de 32 kg y radio 0.5 m, este enrollado una cuerda, que pasa por una polea sin fricción y de su otro extremo cuelga un peso de 10 kg. Si el cilindro rueda, cual es la aceleración del peso de



10 kg.

#28-QUIRO ARGUEDAS ROBERT HERALDO

**SOLUCIÓN:**

Para la rotación del cilindro:

$\sum\overrightarrow{\tau_0} = I\vec{\alpha}$

$RT - F_R R = \frac{1}{2}mR^2$ ...... (1)

Pero: $a_T = R\alpha$

$\alpha = \frac{a_T}{R}$...... (2)

(2) En (1)

$T - F_R = 16a_T$...... (3)

Para la traslación del cilindro:

$\sum\vec{F} = m\vec{a}_T$

$\vec{T} + F_R = 32a_T$...... (4)

Para la traslación de la masa de 10 kg:

$\sum\vec{F} = m\vec{a}_T$

$100 - T = 10a_T$...... (5)

De (3), (4) y (5):

$T - F_R = 16a_T$ +

$T + F_R = 32a_T$

$(10g - T = 10a_T)2$

$20g = 68a_T$

$a_T = \frac{20g}{68}$

$a_T = 2{,}94m / s^2$

**RESPUESTA:**

La aceleración del peso de 10 kg es:

$a_T = 2{,}94m / s^2$

# DINAMICA ROTACIONAL – FISICA 1 – SISTEMAS-II-A

## Problemas Propuestos de Leyva N.º 43

Sean dos discos de masa m y radio R, que se hallan sobre un soporte vertical. Si el disco superior tiene una velocidad angular $\omega_0$ y el inferior está en reposo.

Hallar el incremento de energía cinética del sistema en conjunto, cuando el disco superior cae sobre el inferior y existe rozamiento entre ellos.

Por la conservación del momento angular:

$$L_0 = L_f \; ; I\omega_0 = 2I\omega$$

#32- TIPO CATUNTA

ROY JESUS ALDAIR

Procedimiento:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} I\omega^2$$

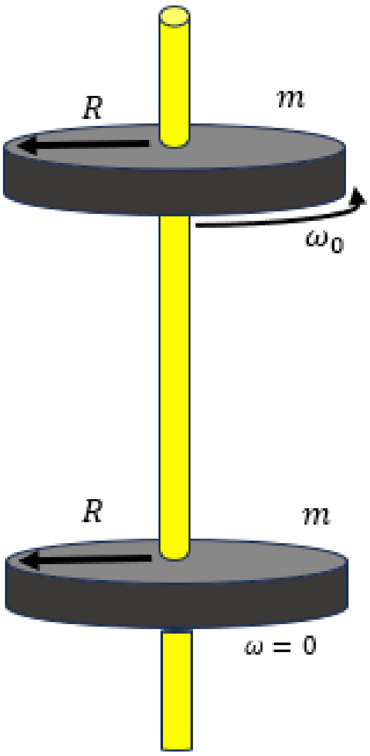
$$E_{ci} = \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\omega_0^2 = \frac{1}{4} mR^2\omega_0^2$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2}\left(\frac{2mR^2}{2}\right)\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2$$

$$E_{cf} = \frac{mR^2\omega_0^2}{8}$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}$$

$$\Delta E_c = \frac{mR^2\omega_0^2}{8} - \frac{1}{4} mR^2\omega_0^2 = -\frac{1}{8} mR^2\omega_0^2$$




$RPTA$: $\Delta E_c = 0.125 mR^2\omega_0^2$