Sistemas de Unidades Físicas

POR
JOSE LUIS GALAN GARCIA
Catedrático de la Escuela de Peritos Industriales de Cartagena

I

CONCEPTOS GENERALES

1.—Medida de las magnitudes: Unidad.—Magnitudes fundamentales y derivadas.—Ecuaciones de definición y ecuaciones dimensionales

Magnitud es aquello que siendo susceptible de aumento o disminución puede además ser medido. Ejemplos: la velocidad de un móvil, la duración de un fenómeno.

Cada uno de los diversos estados de una magnitud medible se llama cantidad. Ejemplos: un cierto intervalo de tiempo, una cierta cantidad de electricidad.

Para medir una magnitud-cantidad se la compara con otra de su misma especie que se toma como módulo o término de comparación y que recibe el nombre de *magnitud unidad.*

El resultado de comparar una cantidad con su unidad recibe el nombre de número. El número puede ser concreto o abstracto según exprese o no la clase de unidades. Si expresamos la densidad del mercurio por 13,6, este número es abstracto, y si expresamos la masa de una cierta cantidad de mercurio por 50 gramos, este número será concreto.

Para que una magnitud sea medible, esto es, para que podamos expresar cada uno de sus estados por un número, es necesario poder definir la igualdad y la suma de dos de su misma especie. Ejemplo: el tiempo de duración de un fenómeno, es magnitud, ya que podemos medirle comparándole con su unidad, el segundo, y podemos saber si dos intervalos de tiempo son iguales y si un intervalo de tiempo es suma de otros dos.

En Física la medida de magnitudes es esencial, ya que para estudiar un fenómeno físico es necesario saber medir las magnitudes que intervienen en las ecuaciones físicas que le rigen.

En la práctica la materialización de las unidades y la comparación con ellas de las magnitudes a medir, presenta grandes dificultades, pero así como en Geometría las medidas de superficies y volúmenes, se reducen a simples medidas de longitud, en Física también de modo análogo la medida de cualquier magnitud se reduce a la medida de tres magnitudes escogidas entre aquellas cuyas unidades son de fácil construcción y empleo y que se toman como *magnitudes fundamentales,* dándose el nombre de magnitudes derivadas a todas las demás.

La ecuación que relaciona la magnitud derivada con las fundamentales recibe el nombre de ecuación dimensional.

Las *magnitudes derivadas* y sus unidades se definen mediante ecuaciones muy sencillas, llamadas *ecuaciones de definición,* que las relaciona con otras magnitudes más simples y estudiadas anteriormente en un orden didáctico. Para no encontrarnos en un círculo vicioso, es necesario que algunas no se definan mediante relación con otras, éstas que son las que precisamente escogemos como fundamentales, se definen directamente.

Una vez elegidas las magnitudes que han de tomarse como fundamentales y fijadas arbitrariamente una unidad para cada una de ellas, las ecuaciones de definición determinan sin ambigüedad alguna, una unidad para cada una de las magnitudes derivadas.

El conjunto de unidades así obtenido recibe el nombre de *sistema de unidades.*

El número de sistemas puede ser inmensurable, ya que pueden diferir unos de otros: a) por la elección de las magnitudes fundamentales, como el cegesimal y el técnico; b) teniendo comunes las magnitudes fundamentales, por la unidades adoptadas para medirlas, como el cegesimal y el giorgi.

Las *ecuaciones dimensionales* se obtienen a partir de las ecuaciones de definición por sucesivas sustituciones de las magnitudes que en éstas intervienen por sus respectivas ecuaciones de definición, hasta lograr que las magnitudes resultantes sean las fundamentales (ver 3 § F).

Las ecuaciones dimensionales permiten fácilmente estudiar la equivalencia entre las unidades de la misma magnitud pero pertenecientes a distintos sistemas, y saber si una fórmula es homogénea o no, requisito indispensables para que sea correcta (ver 3 § F y VIII).

II

MAGNITUDES Y UNIDADES MECANICAS

2.—Sistemas de unidades mecánicos.—Magnitudes fundamentales.—Unidades fundamentales

En Mecánica tres son los sistemas que por su mayor uso vamos a desarrollar: cegesimal, giorgi y técnico o terrestre.

Las magnitudes fundamentales y unidades de estos sistemas son:

magnitudes fundamentales

Cegesimal:	Longitud	Masa	Tiempo
Giorgi:	Longitud	Masa	Tiempo
Técnico:	Longitud	Peso o Fuerza	Tiempo

unidades fundamentales

Cegesimal:	Centímetro	Gramo	Segundo
Giorgi:	Metro	Kilogramo	Segundo
Técnico:	Metro	Kilogramo-peso	Segundo

El *sistema cegesimal* o sistema absoluto establecido por el Congreso de Electricidad celebrado en París el año 1881, mide todas las magnitudes en centímetros, gramos masa y segundos (cm. g. seg.). Se le representa abreviadamente por C.G.S.

El *sistema técnico* o terrestre mide las magnitudes en metros, kilogramos-peso y segundos (m. Kgf. seg.). El kilogramo-peso no es una masa (cantidad de materia), sino una fuerza (la fuerza que representa el peso de un kilogramo). Esta varía con el lugar en donde la masa se halle, porque depende de la gravedad. En la Ciencia no sirve pues, este sistema. Es admisible en la técnica porque los cálculos se efectúan dando a «g» un valor prácticamente inalterable, el de: $g = 9{,}81$ m/seg^2, $g = 9{,}80$ m.seg^{-2}, $g = 10$ m.seg^{-2}. Se le representa abreviadamente por M.K'S. Se emplea principalmente en ingeniería mecánica.

El *sistema giorgi*, propuesto a principios de siglo por el profesor italiano Giorgi, que parece estar destinado a ser sistema único universal (convenientemente reformado), de utilización tanto en el campo de la ciencia pura como en el de la técnica, es múltiplo del cegesimal, mide todas las magnitudes en metros, kilogramos-masa y segundos (m. Kk. seg.). Se le representa abreviadamente por M.K.S.

Unidades fundamentales.—Al ser el segundo común a los sistemas cegesimal, giorgi y técnico, y el metro al giorgi y técnico, las unidades fundamentales en total son seis para los tres sistemas, cuyas definiciones son:

Metro es la distancia que hay a cero grados centígrados entre dos trazos hechos en una regla de platino iridiado (90% de platino y 10% de iridio) que se conserva en la Oficina-Museo Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres (París) y que se denomina *metro patrón*. La copia española del metro patrón se conserva en el Museo de Burgos.

Centímetro es la centésima parte de la longitud a cero grados centígrados del metro patrón.

Segundo es la $\dfrac{1}{24 \times 60 \times 60} = \dfrac{1}{86.400}$ del día solar medio.

Kilogramo es la masa del kilogramo patrón, cilindro de platino iridiado (90 % de platino y 10 % de iridio) que se conserva en el Museo Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres (París). La copia española se conserva en el Museo de Burgos.

Gramo es la milésima parte de la masa del kilogramo patrón.

Kilogramo-peso es el peso en París del kilogramo patrón, o bien es la fuerza con que la gravedad atrae en París a la masa del kilogramo patrón. Al kilogramo-peso o kilogramo-fuerza se le llama también kilopondio. (Para diferenciar el kilogramo-masa del kilogramo-peso, empleamos para éste la notación de kgf. y también la de kpd. —de kilopondio— y para el kilogramo-masa la de kg. simplemente).

3.—Unidades derivadas.—Ecuaciones de definición.—Ecuaciones dimensionales.—Equivalencias.—Unidades inglesas

§ A. *Longitud.*—Las unidades de longitud centímetro y metro *son fundamentales*. (No tienen ecuación de definición).

Ecuación dimensional.—Por ser fundamental será: [L]

Unidades

La definición del centímetro unidad de longitud del sistema CGS y del metro unidad de longitud común a los sistemas Giorgi y técnico fué ya dada en unidades fundamentales.

En Física nuclear se emplea el fermi para medir diámetros nucleares de su mismo orden de magnitud; equivale a 10^{-13} cm.

Para medir longitudes de onda de radiaciones electromagnéticas se utilizan corrientemente la micra, milimicra y unidad Angstrón.

Para distancias astronómicas se usa como unidad de longitud el año-luz y en navegación la milla marina.

1 año-luz = 1 año x 300.000 Km/seg = 300.000 Km/seg x 365 x 24 x x 60 x 60 seg $\simeq$ 9,46 x 10^{12} Km.

La milla marina es la longitud del arco de meridiano terrestre que corresponde al ángulo de un minuto de circunferencia. Como el cuadrante del meridiano (antigua definición del metro) vale, aproximadamente, 10^7 metros, tendremos:

$$10^7 \text{ metros} = 90^\circ = 90 \times 60'$$
$$1 \text{ milla} = 1'$$

de donde

1 milla marina = 10^7 : 90 x 60 = 10^7 : 5400 = 1.852 metros.

El sistema métrico decimal nos da la equivalencia en las distintas unidades de longitud.

Sistema métrico decimal

Mm. Km. Hm. Dm. m. dm. cm. mm. —. —. μ. —. —. mμ. A. —. μμ. X. —. F.

Los prefijos, símbolos y valores respecto a la unidad más utilizados para los múltiplos y submúltiplos son:

Múltiplos Deca = D (10); Hecto = H (10^2); Kilo = K (10^3); Miria = M (10^4); Mega = (10^6); Giga = (10^9); Tera = (10^{12}).

Submúltiplos deci = d (10^{-1}); centi = c (10^{-2}); mili = m (10^{-3}); micro = μ(10^{-6}); nano = n (10^{-9}); pico = p (10^{-12}).

Equivalencia

Año-luz	1 año-luz	= 9,46 x 10^{12} Km
Milla marina	1 milla	= 1.852 m
Miriámetro	1 Mm	= 10^4 m = 10^6 cm
Kilómetro	1 Km	= 10^3 m = 10^5 cm
Metro	1 m	= 10^2 cm
Milímetro	1 mm	= 10^{-3} m
Micra	1 μ	= 10^{-3} mm = 10^{-4} cm = 10^{-6} m
Milimicra	1 mμ	= 10^{-3}μ = 10^{-7} cm = 10^{-9} m
Unidad Angstron	1 A	= 10^{-7} mm = 10^{-8} cm = 10^{-10} m
Micrón	1 μμ	= 10^{-3} mμ = 10^{-6}μ
Unidad equis	1 X	= 10^{-3} A = 10^{-11} cm = 10^{-13} m
Unidad Fermi	1 fermi	= 10^{-2} X = 10^{-3} μμ = 10^{-13} cm

Unidades inglesas.—Las unidades inglesas de longitud son la legua, la milla inglesa, la yarda (yard), el pie (foot), la pulgada (inch) y la línea.

La yarda tiene tres pies, el pie tiene 12 pulgadas y la pulgada tiene 12 líneas.

Equivalencia

Legua	1 legua = 5,57 x 10^5 cm
Milla	1 milla = 1.760 yardas = 5.280 pies $\simeq$ 1.609,35 m $\simeq$ 1,61 x 10^5 cm
Yarda	1 yarda = 3 pies $\simeq$ 91,44 cm
Pie	1 pie (′) = 12 pulgadas $\simeq$ 30,48 cm
Pulgada	1 pulgada (″) = 12 líneas $\simeq$ 2,54 cm
Línea	1 línea (‴) $\simeq$ 0,21 cm

§ B. *Tiempo.*—La unidad de tiempo es fundamental. (No tiene ecuación de definición).

Ecuación dimensional.—Por ser fundamental será: [T].

Unidades

El segundo es unidad común a los tres sistemas; su equivalencia será por lo tanto la unidad.

La definición de segundo ya fué estudiada en unidades fundamentales.

Sus múltiplos son el minuto, la hora, etc.

Equivalencia

Año	1 año	= 365 días
Día solar	1 día	= 24 horas = 86.400 segundos
Hora	1 hora	= 60 minutos
Minuto	1 minuto	= 60 segundos.

§ C. *Velocidad.*—Las unidades de velocidad son derivadas.

Regla.—Para definir una unidad derivada se empieza por escribir la ecuación de definición y se hace en ésta sus términos iguales a la unidad si tiene forma de producto (ver F. fuerza y H. trabajo), y si se tiene forma de fracción se hace el denominador igual a la unidad con lo que la nueva magnitud se identifica con otra, la del numerador, ya estudiada anteriormente.

Ecuación de definición $\quad v = \frac{e}{t}$

Regla $\quad v = \frac{e}{t} = \frac{e}{1} = e$

Velocidad es el espacio recorrido por un móvil en la unidad de tiempo.

Ecuación dimensional $[LT^{-1}]$

Por relacionar la ecuación de definición dos magnitudes fundamentales coincide con la ecuación dimensional

$$v = \frac{e}{t} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Unidades

Centímetro por segundo (CGS), es la velocidad de un móvil que en un segundo recorre un centímetro.

Metro por segundo (MKS y MK'S), es la velocidad de un móvil que en un segundo recorre un metro.

En navegación la velocidad se mide en *nudos,* cuyo valor es un milla marina por hora.

$$1 \text{ nudo} = \frac{1 \text{ milla}}{1 \text{ hora}} = \frac{5{,}852 \text{ Km}}{\text{hora}} = \frac{1852 \text{ m}}{3600 \text{ seg}} = 0{,}514 \text{ m/ seg}$$

Equivalencia

Metro por segundo	1 m/seg = 10^2 cm/seg
Kilómetro por hora	1 Km/h = 1000/3600 m/seg = 27,77 cm/seg
Nudo	1 nudo = 1,852 Km/h = 0,514 m/seg = = 51,4 cm/seg

§ D. *Aceleración.*—Las unidades de aceleración son derivadas.

$$\text{Ecuación de definición } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{Regla } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{1} = \Delta v$$

Aceleración es el incremento que experimenta la velocidad en la unidad de tiempo.

Ecuación dimensional $[a] = [LT^{-2}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{e/t}{t} = \frac{e}{t^2} = e \times t^{-2} \text{ (para unidades)}$$

$$a = \frac{v}{t} = VT^{-1} = LT^{-1}\,T^{-1} = LT^{-2} \text{ (para dimensiones)}$$

Unidades

Centímetro por segundo al cuadrado (o centímetro segundo a menos dos) (C.G.S.) es la aceleración de un móvil que en cada segundo aumenta su velocidad en un centímetro por segundo.

Para esta unidad se ha propuesto el nombre de *gal* en honor al sabio italiano Galileo.

Metro por segundo al cuadrado (MKS y MK'S) es la aceleración de un móvil que en cada segundo incrementa su velocidad en un metro por segundo.

Valores de g

La aceleración de la gravedad vale en París:

$$g = 9{,}81 \ m/seg^2 = 981 \ cm/seg^2$$
$$g = 32{,}174 \ pies/seg^2 \text{ (unidades inglesas).}$$

Equivalencia

Valor normal (45° de latitud y al nivel del mar):

$$g = 980{,}665 \ cm/seg^2$$
$$g = 32{,}174 \ pies/seg^2$$

Metro por segundo al cuadrado: $1 \ m/seg^2 = 10^2 \ cm/seg^2 = 10^2 \ cm \times seg^{-2} = 10^2$ gal.

§ E. *Masa.*—Tenemos que distinguir entre masa inerte y masa pesada.

Masa inerte es la resistencia que un cuerpo opone a modificar su estado de reposo o movimiento.

Masa pesada es la cantidad de materia que un cuerpo posee. Se mide mediante la balanza.

En todo cuerpo su masa inerte es igual a su masa gravitatoria o pesada.

Las unidades de masa de los sistemas cegesimal y Giorgi son el gramo y kilogramo; son fundamentales; ya fueron definidas.

La unidad de masa del sistema técnico es unidad derivada, no tiene nombre propio y se la denomina unidad técnica de masa (u. t.)

Ecuación de definición $\quad m = \dfrac{P'}{g}$

$$m = \frac{P'}{g} = \frac{9{,}81 \text{ Kgf.}}{9{,}81 \ m/seg^2} = 1 \text{ u. t.}$$

Para que el cociente sea la unidad los dos términos han de ser iguales. Como g tiene un valor fijo $g = 9{,}81 \ m \times seg^{-2}$ (París), al peso hemos de darle el valor de $P' = 9{,}81$ Kgf (sistema técnico).

La unidad técnica de masa será pues, la masa de un cuerpo que en París pese 9,81 kilogramos-peso.

Como el kilogramo-peso es el peso en París del kilogramo-masa o kilogramo patrón, un cuerpo que pese 9,81 Kgf tendrá de masa 9,81 Kg. (1 u. t. de masa equivale a 9,81 Kg.-masa).

«El mismo número que nos da el peso de un cuerpo en Kgf (técnico) nos da su masa en Kg. (Giorgi)».

En Física nuclear y en Microanálisis se emplea la unidad gamma γ, equivalente al microgramo.

Ecuación dimensional [M] (por ser fundamental).

Equivalencia

Unidad técnica de masa	1 u.t. = 9,81 Kg = 9,81 x 10^3 g
Kilogramo	1 Kg = 10^3 g
Toneladas masa	1 Ton = 10^3 Kg = 10^6 g
Miligramo	1 mg = 10^{-3} g
Unidad gamma (microgramo)	1 γ = 1 μ g = 10^{-6} g

Unidades inglesas.—Las unidades de masa empleadas por los ingleses son el slug, la libra (pound), la onza y el grano.

El slug es para el sistema inglés lo que la u. t. para el sistema técnico.

Ecuación de definición $$m = \frac{P'}{g} = \frac{32{,}174 \text{ libras}}{32{,}174 \text{ pies/seg}^2} = 1 \text{ slug}$$

El slug es la masa de un cuerpo que a 45° de latitud y al nivel del mar (g normal) pese 32,174 libras, o bien es la masa que sometida a una fuerza de una libra adquiere una aceleración de un pie por segundo en cada segundo.

El slug equivale aproximadamente a 14,6 Kg.

Slug	1 slug = 32,174 lb $\simeq$ 14,594,12 g
Libra	1 lb = 16 onzas = 7.000 granos = 453,6 g.
Onza	1 onza = 437,5 granos $\simeq$ 28,35 g.
Grano	1 grano $\simeq$ 0,0648 g.

§ F. *Fuerza y peso.*—Sus unidades son derivadas.

El peso, propiedad inherente de la materia, es una fuerza, la de la gravedad, esto es, la fuerza central con que la masa de la Tierra atrae a la masa de un cuerpo.

Fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento en que se encuentra un cuerpo, o de producir una deformación en él.

Por ser el peso una fuerza las unidades de peso y fuerza serán comunes.

La unidad de fuerza y peso del sistema técnico es fundamental y es el kilogramo-peso, o kilogramo-fuerza, o kilopondio; ya fué definida.

Las unidades de fuerza y peso del sistema cegesimal es la dina, y la del sistema Giorgi el newton.

Ecuación de definición Ecuación de Newton $F = m \times a$

Regla.—Si hacemos m y a iguales a la unidad, F valdrá también la unidad.

Dina = g x gal.
Newton = Kg x m/seg^2.

Unidades

Dina es la fuerza que aplicada a un gramo-masa le imprime la aceleración de un centímetro por segundo en cada segundo, o bien, la aceleración de un gal.

Newton es la fuerza que aplicada a un kilogramo-masa le imprime la aceleración de un metro por segundo en cada segundo.

También se usan las unidades megadina y esteno.

La megadina vale 10^6 dinas.

Esteno (unidad francesa) es la fuerza que aplicada a una tonelada-masa la imprime la aceleración de un metro por segundo en cada segundo. Vale 10^3 newton.

Modernamente en electricidad se usa el sistema MIE, sistema tetradimensional cuyas unidades fundamentales son: m (longitud); gramo siete = 10^7 (masa); segundo (tiempo) y coulombio o amperio. En este sistema la unidad de fuerza es el *sthen* = 10^7 dinas.

Ecuación dimensional $[F] = [M L T^{-2}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$F = m.a. = M \frac{v}{t} = M T^{-1} V = M L T^{-2}$$

La ecuación dimensional nos da directamente la equivalencia entre las unidades de fuerza estudiadas:

Sistema	*F*	$= [M L T^{-2}]$
CGS	dina	$= g\ cm\ seg^{-2} = 1$ CGS
MKS	newton	$=$ Kg m $seg^{-2} = 10^3\ g \times 10^2\ cm \times 1\ seg^{-2} = 10^5$ dinas
MK'S	Kgf	$=$ ut m $seg^{-2} = 9{,}81$ Kg x 1 m x 1 $seg^{-2} = 9{,}81$ newt
Francés	Esteno	$=$ Ton m $seg^{-2} = 10^3$ Kg x 1 m x 1 $seg^{-2} = 10^3$ newt
MIE	Sthen	$=$ (g, siete) cm $seg^{-2} = 10^7$ g x 1 cm x 1 $seg^{-2} = 10^7$ dinas

Equivalencia

Kilogramo-peso	1 Kgf	=	9,81 newton = $9{,}81 \times 10^5$ dinas (1)
Gramo-peso	1 gf	=	981 dinas
Newton	1 new	=	10^5 dinas
Esteno	1 est	=	10^3 newton = 10^8 dinas
Sthen	1 sth	=	10^7 dinas
Megadina	1 megd	=	10^6 dinas
Quintal métrico	1 Qm	=	10^2 Kgf
Tonelada métric.	1 Tm	=	10^3 Kgf

Unidades inglesas.—Las unidades de peso y fuerza empleadas por los ingleses son la libra-peso y el poundal.

La libra-peso es la fuerza con que la Tierra atrae a la masa de la libra inglesa (libra patrón) al nivel del mar y 45° de latitud (lugar en que la aceleración de la gravedad tiene el valor normal) ($g = 9{,}80665$ m/seg^2 = =32,174 pies/seg^2). También podemos definirla como la fuerza que aplicada a la masa de un slug la imprime la aceleración de un pie por segundo en cada segundo.

El *poundal* es la unidad de fuerza correspondiente al sistema pie-libra-segundo. La definiremos como la fuerza que aplicada a la masa de una libra la imprime una aceleración de un pie por segundo en cada segundo.

A partir de la ecuación dimensional deducimos:

Sistema	*F*	=	$[M\ L\ T^{-2}]$
cgs	dina	=	g cm seg^{-2} = 1 cgs
pie-lig-seg	poundal	=	lb pie seg^{-2} = 453,6 g x 30,48 cm x 1 seg^{-2} = = 13.825,7 dinas
tec° inglés	lb-peso	=	slug pie seg^{-2} = 14.594,12 g x 30,48 cm x 1 seg^{-2} = = 444.828 dinas

A partir de la ecuación de definición obtenemos igual resultado:

$$P = m \times g$$

$$\text{lib-peso} = 1 \text{ lb} \times 32{,}174 \text{ pies/seg}^2 = 32{,}174 \text{ poundal} =$$
$$= 32{,}174 \times 13.825{,}7 = 444.828 \text{ dinas}$$

(1) Modernamente se da la equivalencia 1 Kgf = $9{,}80665 \times 10^5$ dinas, debido a que se somete al Kilogramo patrón de París a la gravedad normal.

Equivalencia

Poundal 1 poundal = 13.825, 7dinas = 14,093 gf.
Libra-peso 1 lb-peso = 32,174 poundal = 444.828 dinas = 453,4 gf.

§ G. *Presión.*—Sus unidades son derivadas.

Ecuación de definición $P = \frac{F}{S}$

Regla.—Si hacemos el denominador igual a la unidad tendremos:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{F}{1} = F$$

Presión es la fuerza que actúa sobre la unidad de superficie.

Ecuación dimensional $[P] = [M\ L^{-1}\ T^{-2}]$

Deducción: $P = \frac{F}{S} = \frac{F}{L^2} = F\ L^{-2} = M\ L\ T^{-2}\ L^{-2} = ML^{-1}\ T^{-2}$

Unidades

La unidad cegesimal es: baria = dina/cm².
La unidad adoptada como presión patrón es la atmósfera.
Baria es la presión que ejerce la fuerza de una dina que actúa sobre una superficie de un centímetro cuadrado.

Atmósfera física (atm) es la presión que ejerce la atmósfera o capa gaseosa que envuelve a la Tierra sobre la unidad de superficie (cm²) al nivel del mar y a cero grados centígrados.

Su valor medido experimentalmente por Torricelli mediante la cuba de mercurio es:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ Torr} = 76 \text{ cm}^3 \times 13{,}6 = 1033 \text{ gf/cm}^2 =$$
$$= 1{,}033 \text{ Kgf/cm}^2 = 1{,}033 \times 9{,}81 \times 10^5 \text{ dinas/cm}^2 \simeq 10^6 \text{ barias} = 1 \text{ bar}$$

En la técnica se usa la *atmósfera industrial* o *métrica* (at.)

$$1 \text{ at} = 1 \text{ Kgf/cm}^2$$

cuyo valor es el de la anterior despreciando los 33 gramos.

Como divisores se emplean el *milímetro de mercurio* modernamente llamado *torr,* y *el piezo* (unidad francesa) (esteno por metro cuadrado); cuyos valores son:

$$1 \text{ torr} = \frac{1 \text{ atm}}{760}$$

$$1 \text{ piezo} = \frac{\text{esteno}}{m^2} = \frac{10^8 \text{ dinas}}{10^4 \text{ cm}^2} = 10^4 \text{ barias} \simeq \frac{1 \text{ atm}}{100}$$

Una unidad muy utilizada, principalmente por los franceses, muy usada en la práctica es el hectopiez que es múltiplo del anterior y vale 10^6 barias $\simeq$ 1 atm.

El *bar* es la megabaria, representa por lo tanto la presión que ejerce la fuerza de una megadina (10^6 dinas) sobre una superficie de un centímetro cuadrado.

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barias}$$

Equivalencia

Atmósfera física	1 atm = 760 mm Hg
» »	1 atm = 760 torr
» »	1 atm = 1.033 gf/cm^2 = 1,033 Kgf/cm^2
» »	1 atm $\simeq 10^6$ barias
» »	1 atm $\simeq$ 1 bar
» »	1 atm $\simeq$ 100 piezos = 1 hectopiez
» »	1 atm = 1,033 at
Atmósfera técnica	1 at = Kgf/cm^2
Bar	1 bar = 10^6 barias
Milibar	1 mbar = 10^3 barias
Piezo	1 pzo = 10^4 barias.

Unidades inglesas.—Las unidades de presión usadas por los ingleses son la atmósfera inglesa, la libra por pulgada cuadrada y la libra por pie cuadrado.

La *atmósfera-inglesa* es la presión ejercida por una columna de mercurio de 30 pulgadas de altura en Londres y a la temperatura de 62 grados Farenheit. Es ligeramente superior a nuestra atmósfera.

Los valores de la libra por pulgada cuadrada y por pie cuadrado en otras unidades son:

$$1 \text{ lb/pulg}^2 = \frac{0{,}4536 \text{ Kgf}}{2{,}54^2 \text{ cm}^2} = 0{,}0703 \text{ Kgf/cm}^2 \text{ ó at} = \frac{0{,}0703}{1{,}033} = 0{,}68 \text{ atm} \simeq$$

$$0{,}068 \times 10^6 \text{ dinas/cm}^2 = 68.000 \text{ barias}$$

$$1 \text{ lb/pie}^2 = \frac{0{,}4536 \text{ kgf}}{30{,}48^2 \text{ cm}^2} = 0{,}00048 \text{ Kgf/cm}^2 = 48 \times 10^{-5} \text{ at}$$

Equivalencia

Atmósfera-inglesa	1 atm-ing = 1,00018 atm = 1,03318 at (Kgf/cm²)
Libra por pie cuadrado	1 lb/1'² = 48 x 10⁻⁵ at (Kgf/cm²)
Libra por pulgada cuadrada	1 lb/1''² = psi = 0,068 atm = 0,0703 at (Kgf/cm²)

§ H. *Trabajo.*—Sus unidades son derivadas.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo y le desplaza una cierta distancia se dice que realiza un trabajo.

Ecuación de definición $W = F \times e \times \cos \varphi$

Regla.—Si hacemos que los tres factores valgan la unidad, el producto también valdrá la unidad.

Cuando el ángulo (φ) formado por el vector fuerza y el vector desplazamiento valga cero, el factor cos φ valdrá la unidad. Esto es, la fuerza se desplaza en su propia dirección y sentido.

Ergio = 1 dina x 1 cm x 1 ($\varphi = 0$)
Julio = 1 newton x 1 m x 1 ($\varphi = 0$)
Kilográmetro = 1 Kgf x 1 m x 1 (verticalmente).

El peso de 1 Kgf es una fuerza de dirección perfectamente definida, la vertical materializada por la plomada —líneas de fuerza del campo gravitatorio terrestre.

Unidades

Ergio es el trabajo realizado por la fuerza de una dina cuando su punto de aplicación se desplaza un centímetro en su propia dirección y sentido.

Julio es el trabajo realizado por la fuerza de un newton cuando su punto de aplicación se desplaza un metro en su propia dirección y sentido.

Kilográmetro (Kgm) es el trabajo que se realiza al elevar verticalmente el peso de un kilogramo a un metro de altura. (Trabajo gravitatorio: $W = P' \times h$ igual a peso por altura). Y generalizando, es el trabajo realizado por la fuerza de un kilogramo (Kgf) cuando su punto de aplicación se desplaza un metro en su propia dirección y sentido.

Ecuación dimensional $[W] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

$$W = F \times e = F\ L = M\ a\ L =$$
$$= M\ L\ a = M\ L\ L\ T^{-2} = M\ L^2 T^{-2}$$
$$[W] = [M\ L^2\ T^{-2}]$$
$$\text{ergio} = g.\ cm^2.seg^{-2}$$
$$\text{julio} = Kg\ m^2\ seg^{-2} = 10^3\ g\ 100^2\ cm\ 1\ seg^{-2} = 10^7\ \text{ergios}$$
$$\text{Kilográmetro} = u.t.\ m^2\ seg^{-2} = 9{,}81\ Kg\ 1\ m^2\ 1\ seg^{-2} = 9{,}81\ \text{julios}$$

Otras unidades de trabajo.—A partir de la ecuación de definición de potencia (ver § K) deducimos la siguiente ecuac. para el trabajo (1) de la que obtenemos las unidades: vatio-hora, kilovatio-hora, caballo de vapor-hora y la inglesa horse-power-hora.

$$(1) \quad W = P \times t$$

Trabajo igual a potencia multiplicado por tiempo

vatio-hora	1 w-h = 1 w x 1 hora = 1 jul/seg x 3600 seg = = 3.600 jul $\simeq$ 367 Kgm
Kvtio-hora	1 Km-h = 1000 w x 3600 seg = 3,6 x 10^6 julios $\simeq$ 367.000 Kgm
Cab v-hora	1 cv-h = 735,75 w x 3600 seg = 2,6497 x 10^6 julios = 2,6 x 10^{13} ergos
Horse-power-hora	1 H.P.-h = 76,04 Kgm/seg x 3600 seg = 273.744 Kgm
Horse-power-hora	1 HP-h = 746 w x 3600 seg = 2.685 x 10^6 jul $\simeq$ 2,68 x 10^{13} ergios

Equivalencia

Julio	1 julio = 10^7 ergios
Kilográmet	1 Kgm = 9,81 jul = 9,81 jul = 9,81 x 10^7 ergios
Kvati-hora	1 Kw-h = 367.000 Kgm = 3,6 x 10^6 jul = 3,6 x 10^{13} ergios
Cab v-hora	1 CV-h = 270.000 Kgm = 2,648 x 10^6 jul = 2,648x10^{13} ergios

Unidades inglesas.—Las unidades de trabajo empleadas por los ingleses son el foot-pound o libra pie. (Foot = pie, Pound = libra) y el foot-poundal.

El foot-pound es el trabajo realizado por la fuerza de una libra cuando su punto de aplicación se desplaza un pie en su propia dirección y sentido.

El foot-poundal es el trabajo realizado por la fuerza de un poundal al desplazarse un pie en su propia dirección y sentido.

Sus valores en otras unidades son.

Foot-poundal = poundal x pie = 13.825,7 dinas x 30,48 cm = = 4,214 x 10^5 ergios = 0,00429 Kgm.

Foot-pound = libra x pie = 32,174 poundal x pie (foot-poundal) (1) = = 32,174 x 0,00429 = 0,138 Kgm = 1,35 julios

Equivalencia

Foot-poundal	1 foot-poundal	= 0,00429 Kgm
Foot-pound	1 foot-pound	= 32,174 foot-poundal
(libra pie)	1 foot-pound	= 0,138 Kgm = 1,35 julios.

§ I. *Energía cinética.*—La energía cinética se identifica con el trabajo que un sistema material en movimiento está realizando, cuando al realizar dicho trabajo su velocidad disminuye hasta cero.

Ecuación de definición $Ec = \frac{1}{2} m.v^2$

Ecuación dimensional $[E_c] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

$$Ec = m\,v^2 = M \left(\frac{e}{t}\right)^2 = M\ L^2\ T^{-2}$$

Esta ecuación nos enseña que sus dimensiones son las del trabajo. Por ello sus unidades son las mismas cuyas definiciones y equivalencia ya hemos estudiado.

Si en la ecuación

$$Ec = \frac{1}{2} m.v^2$$

medimos la masa (m) en $\left\{\begin{array}{l} g \\ kg \\ u.\ t. \end{array}\right.$ y la velocidad (v) en $\left\{\begin{array}{l} cm \times seg^{-1} \\ m \times seg^{-1} \\ m \times seg^{-1} \end{array}\right.$

la energía cinética (Ec) vendrá medida en $\left\{\begin{array}{l} \text{ergios} \\ \text{julios} \\ \text{Kilográmetros} \end{array}\right.$

§ J. *Energía potencial.*—La energía potencial o energía de posición o energía de gravedad, es la energía que un cuerpo almacena por razón de su posición con respecto al suelo. En el momento actual no realiza un trabajo, pero puede realizarlo si se elimina el obstáculo que le detiene impidiéndole caer.

Ecuación de definición $Ep = P'\ h = m.g.h.$

Ecuación dimensional $[Ep] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

$$Ep = M\,g\,L = M\ L\ \frac{e}{t^2} = M\ L^2\ T^{-2}$$

(1) Nota. En las unidades de trabajo el orden de las palabras se ha alterado para distinguirla de las unidades de momento, el poundal-foot y el pound-foot.

Dimensiones del trabajo, por lo tanto, sus unidades y equivalencia serán las ya estudiadas del trabajo.

$$Ep = P' \times h = m.g.h.$$

Si en esta ecuación medimos el peso (P') en $\left\{\begin{array}{l}\text{dina}\\ \text{newton}\\ \text{kgf}\end{array}\right.$ y la altura (h)

en $\left\{\begin{array}{l}\text{cm}\\ \text{m}\\ \text{m}\end{array}\right.$ o bien la masa (m) en $\left\{\begin{array}{l}\text{g}\\ \text{kg}\\ \text{u. t.}\end{array}\right.$, damos a g el valor de $\left\{\begin{array}{l}981\ \text{gal}\\ 9{,}81\ \text{m x seg}^2\\ 9{,}81\ \text{m x seg}^2\end{array}\right.$

y medimos la altura (h) en las unidades ya indicadas, la energía potencial (Ep) vendrá medida en $\left\{\begin{array}{l}\text{ergios}\\ \text{julios}\\ \text{kilográmetros}\end{array}\right.$

§ *K. Potencia.*—Sus unidades son derivadas.

Ecuación de definición $P = \dfrac{W}{t}$

Regla.—Si en esta ecuación hacemos el denominador igual a la unidad, tendremos identificada la potencia con el trabajo.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{W}{1} = W$$

Potencia es el trabajo realizado en la unidad de tiempo por el agente que lo ejecuta (fuerza). Nos mide pues la velocidad con que se realiza un trabajo.

De la ecuación de definición de potencia deducimos que también podemos expresar el trabajo como producto de una potencia por un tiempo.

$$W = P \cdot t$$

Unidades

Las unidades de potencia de los tres sistemas son el ergio por segundo, en el C.G.S. (no se usa), el julio por segundo llamada vatio para el Giorgi, y el kilográmetro por segundo para el técnico.

En la técnica se usan también el kilovatio múltiple del vatio, el poncelet y el caballo de vapor, múltiplos del kilográmetro por segundo.

Vatio es la potencia de un agente que realiza en el tiempo de un segundo el trabajo de un julio.

Caballo de vapor vale 75 kilográmetros por segundo. Podríamos materializarle como la potencia que se realizaría al elevar verticalmente un peso de 75 kilogramos a un metro de altura en un segundo.

Poncelet vale 100 kilográmetros por segundo.

Ecuación dimensional $[P] = [M\ L^2\ T^{-3}]$

$$P = \frac{W}{t} = W\ T^{-1} = M\ L^2\ T^{-2}\ T^{-1} = M\ L^2\ T^{-3}$$

[P]	$= [M\ L^2\ T^{-3}]$
erg/seg	$= g\ cm^2\ seg^{-3}$
vatio	$= Kg\ m^2\ seg^{-3} = 10^3\ g\ 100^2\ cm^2.seg^{-3} = 10^7$ erg/seg
Kgm/seg	$= ut.\ m^2\ seg^{-3} = 9{,}81\ Kg.m^2.seg^{-3} = 9{,}81$ vatios
Caballo de vapor	$= 75$ Kgm/seg $= 75 \times 9{,}81 = 735{,}75 \simeq 736$ vatios $= 0{,}736$ Kw
Kilovatio	$= 1 : 0{,}736 = 1{,}358$ c.v.

Equivalencia

Vatio	1 w = 10^7 ergios/seg
Kgrámetro por seg.	1 Kgm/seg = 9,81 vatios
Kilovatio	1 Kw = 10^3 w = 10^{10} ergios/seg = 1,358 c.v.
Caballo de vapor	1 c.v. = 75 Kgm/seg = 736 vatios
Poncelet	1 poncelet = 100 Kgm/seg = 981 votios $\simeq 1 + \frac{1}{3}$ c.v.

Unidades inglesas.—Los ingleses usan también el caballo de vapor «Horse-power» (H.P.) ligeramente superior al caballo de vapor español (c.v.) (1 H.P. = 1,013 c.v.).

El Horse-power vale 550 poot-pound-seg —aproximadamente 3/4 de Kw—. El Horse-power le podemos materializar como la potencia que realizamos al elevar verticalmente 550 libras-peso a un pie de altura en un segundo.

De la definición deducimos:

$$\text{Horse-power} = \frac{550 \text{ libras-peso} \times 1 \text{ pie}}{1 \text{ seg}} = 550 \times 0{,}4536 \text{ Kgf} \times$$
$$\times\ 0{,}3048 \text{ m/seg} = 76{,}04 \text{ Kgm/seg} = 745{,}96 \text{ vatios} \simeq 746 \text{ w}$$

De la ecuación dimensional deducimos

[P]	$= [M\ L^2\ T^{-3}]$
vatio	$= Kg\ m^2\ seg^{-3}$
Horse-power	$= 550 \times 32{,}174$ libras-masa $\times$ pie$^2 \times$ seg^{-3} $= 550 \times 32{,}174 \times 0{,}4536$ Kg-masa $\times\ 0{,}3048^2 \times 1$ seg$^{-3} \simeq 746$ vatios

Equivalencia

Caballo de vapor	1 c.v. = 75 Kgm/seg $\simeq$ 736 vatios
Horse-power	1 H.P. = 76,04 Kgm/seg $\simeq$ 746 vatios
Caballo de vapor	1 c.v. = 0,9863 H.P.
Horse-power	1 H.P. = 1,013 c.v.

§ L. *Acción.*—Esta magnitud, introducida en Física por Planck, creador de la mecánica cuantista, es el resultado de multiplicar la energía por el tiempo.

El cuanto de acción, esto es, la menor acción de un proceso elemental es h «constante de Planck», cuyo valor es:

$$h = 6{,}62 \times 10^{-27} \text{ ergios} \times \text{segundo}$$

La energía (W) de un oscilador de frecuencia N es:

$$W = N \times h$$

Ecuación de definición $A = W \times t$

Regla.—Si hacemos que los dos factores, trabajo y tiempo, valgan la unidad el producto acción también valdrá la unidad.

Unidades

La unidad cegesimal es el ergio multiplicado por segundo.
La unidad Giorgi es el julio multiplicado por segundo.
La unidad técnica es el kilográmetro multiplicado por segundo.

Ecuación dimensional $[A] = [M\ L^2\ T^{-1}]$

$$A = W \times t = F\ L\ T = M\ L\ T^{-2}\ L\ T = M\ L^{-2}\ T^{-1}$$

Entre las unidades de acción existe la misma equivalencia que entre las de trabajo.

§ M. *Masa específica o densidad.*—Sus unidades son derivadas.

Ecuación de definición $D = \frac{M}{V}$

Regla.—Si en esta ecuación hacemos el denominador igual a la unidad, tendremos identificada la densidad con la masa.

$$D = \frac{M}{V} = \frac{M}{1} = M$$

Densidad es la masa de un cuerpo contenida en su unidad de volumen.

Ecuación dimensional $[D] = [M\ L^{-3}]$.

De la ecuación de definición, siendo el volumen un espacio tridimensional, deducimos:

$$\frac{M}{V} = \frac{M}{L^3} = M\ L^3$$

Unidades

La densidad puede ser absoluta o relativa.

La densidad absoluta se mide en gramos por centímetro cúbico ($g/cm^3 = g \times cm^{-3}$) en el sistema C.G.S.; en kilogramos por metro cúbico ($Kg/m^3 = Kg \times m^{-3}$) en el sistema Giorgi, y en unidades técnicas de masa por metro cúbico ($u.t./m^3 = u.t. \times m^{-3}$) en el sistema técnico. En el sistema inglés se mide en slugs por pie cúbico.

La densidad relativa viene dada por un número abstracto, representa las veces que la masa de un volumen cualquiera de un cuerpo contiene a la masa del mismo volumen de agua cuya densidad se toma como unidad.

$$D = \frac{M}{M_{H_2O}}$$

El agua destilada a la temperatura de 4° centígrados posee volumen mínimo y por lo tanto densidad máxima, y a esta densidad máxima del agua es a la que se da el valor unidad.

$$\text{Para el agua} \begin{cases} 1\ cm^3 & \text{equivale a } 1\ g \text{ masa} \\ 1\ dm^3 & \text{» a } 1\ Kg \text{ »} \\ 1\ m^3 & \text{» a } 1\ Ton \text{ »} \end{cases}$$

§ N. *Peso específico.*—Sus unidades son derivadas.

$$\textit{Ecuación de definición} \quad P_e = \frac{P}{V}$$

Regla.—Si en esta ecuación hacemos el denominador igual a la unidad identificamos el peso específico con un peso o una fuerza magnitud ya estudiada.

$$P_\theta = P/V = \frac{P}{1} = P$$

Peso específico es el peso de la unidad de volumen de un cuerpo.

Ecuación dimensional $[P_\theta] = [M\ L^{-2}\ T^{-2}]$

De la ecuación de definición, siendo el volumen un espacio tridimensional y el peso una fuerza, deducimos.

$$P_\theta = \frac{P}{V} = \frac{F}{L^3} = M\ L\ T^{-2}\ L^{-3} = M\ L^{-2}\ T^{-2}$$

Unidades

El peso específico puede ser absoluto o relativo.

El peso específico absoluto se mide en dinas por centímetro cúbico ($dina/cm^3 = dina \times cm^{-3}$) en el sistema C.G.S.; en Newton por metro cúbico ($Newton/m^3 = Newton \times m^{-3}$) en el sistema Giorgi, y en kilogramo-peso por metro cúbico ($Kgf/m^3 = Kgf \times m^{-3}$) en el sistema técnico. (También se mide en unidades prácticas, kilogramo peso por decímetro cúbico).

El peso específico relativo se mide por el mismo número abstracto que la densidad relativa.

$$P_e = \frac{P}{P'_{H_2O}} = \frac{Mg}{M_{H_2O}\,g} = \frac{M}{M_{H_2O}} = D$$

$$P_e \text{ (relativo)} = D \text{ (relativa)}$$

El peso específico del agua destilada a la temperatura de 4° C se toma como valor unidad.

Para el agua

1 cm^3	equivale	a	1 g. peso	= 981 dinas
1 dm^3	»	a	1 Kgf	= 9,81 x 10^5 dinas
1 m^3	»	a	1 T.m	= 10^3 Kgf.

4.—Otras unidades geométricas y mecánicas

§ O.—*Angulo* es la parte de plano comprendida entre dos semirrectas que parten de un punto. Este punto se llama vértice y las semirrectas lados del ángulo.

Un ángulo tiene por medida el arco de circunferencia comprendido entre sus lados. El centro de la circunferencia es el vértice.

Ecuación de definición $\alpha = S : r$

El ángulo es igual al arco dividido por el radio.

Por ser el arco y el radio longitudes, el ángulo carece de dimensiones.

Unidades

Los ángulos se miden en grados, minutos y segundos, bien de la división centesimal bien de la división sexagesimal, y en radianes.

La circunferencia se divide en cuatro cuadrantes o ángulos rectos; vale 400 grados centesimales, ó 360 grados sexagesimales.

En la división centesimal el cuadrante o ángulo recto se divide en 100^g (grados); el grado en 100^m (minutos), y el minuto en 100^s (segundos).

En la división sexagesimal el cuadrante o ángulo recto se divide en 90° (grados); el grado en 60′ (minutos), y el minuto en 60″ (segundos).

El radián es el ángulo central cuyo arco tiene igual longitud que su radio

Como la circunferencia contiene al radio 2π veces (longitud de la circunferencia $2\pi r$) valdrá 2π radiantes; su valor será (operando con $\pi = 3,1416$):

$$1 \text{ radián} = \frac{400}{2\pi} = \frac{200}{3{,}1416} = 63^g\ 66^m\ 18^s$$

$$1 \text{ radián} = \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{3{,}1416} = 57^\circ\ 17'\ 44''$$

Angulo sólido es la porción de esfera limitada por un cono que tenga por vértice el centro de la esfera y por base el casquete esférico limitado por sus lados. Se mide en estereoradianes.

Ecuación de definición $\omega = \dfrac{S}{R^2}$

El estereoradián es el ángulo de un cono tal que el área de la porción de esfera que limita valga R^2; siendo R el radio de la esfera cuyo centro es el vértice del cono.

Dividiendo el área S de la porción de esfera que limita por R^2 tendremos medido el ángulo sólido ω (omega) en estereoradianes.

Una esfera tiene de superficie total: $S = 4\pi R^2$, corresponde por lo tanto $= \dfrac{S}{R^2} = \dfrac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi$ estereoradianes.

Equivalencia

DIVISION SEXEGESIMAL		
Angulo recto (cuadrante)	1 cuadrante	$= 90^\circ$
Grado sexagesimal	1°	$= 60'$
Minuto »	$1'$	$= 60''$
Segundo »	$1''$	$= 1''$
Radián »	1 rad	$= 57^\circ\ 17'\ 44''$
DIVISION CENTESIMAL		
Angulo recto (cuadrante)	1 cuadrante	$= 100^g$
Grado centesimal	1^g	$= 100^m$
Minuto »	1^m	$= 100^s$
Segundo »	1^s	$= 1^s$
Radián »	1 rad	$= 63^g\ 66^m\ 18^s$

§ P.—*Velocidad angular* es el ángulo descrito por el radio vector en la unidad de tiempo, esto es, el cociente del desplazamiento angular del radio por el tiempo transcurrido.

Ecuación de definición $\omega = \frac{\varphi}{t}$

Ecuación dimensional $[\omega] = [T^{-1}]$

Como el ángulo carece de dimensiones tenemos como dimensiones para la velocidad angular la inversa del tiempo.

Unidades

La velocidad angular se mide: en radianes por segundo; en grados por segundo; en vueltas o revoluciones por segundo (r.p.s.), y en vueltas o revoluciones por minuto (r.p.m.).

Como una revolución o vuelta es una circunferencia y ésta vale 2π radianes y 360 grados sexagesimales, deducimos:

$$\omega = \frac{N}{t} \text{ (r.p.s.)} = \frac{2\pi N}{t} \text{ rad/seg} = \frac{N\ 360}{t} \text{ grados/seg}$$

(N es el número de vueltas y t el tiempo en segundos)

De la ecuación de definición, sustituyendo el ángulo por su valor en función del arco, deducimos:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{s}{r}}{t} = \frac{s}{rt} = \frac{v}{r} \qquad v = \omega r = \frac{2\pi N}{t} r$$

La velocidad lineal es igual a la angular multiplicada por el radio.

Si en esta ecuación medimos ω (omega) en radianes por segundo y r en centímetros, o bien N en vueltas, t en segundo y r en centímetros; la velocidad lineal (v) vendrá dada en cm/seg.

Equivalencia

Revolución por segundo	1 r.p.s.	=	60 r.p.m.	=	6,28 rad/seg
Revolución por minuto	1 r.p.m.	=	0,016 r.p.s.		
Radián por segundo	1 rad/seg	=	0,159 r.p.s.	=	9,54 r.p.m.
Grado por segundo	1 grado/seg	=	0,017 rad/seg	=	0,0027 r.p.s.

§ Q.—*Superficie, volumen y capacidad.*

Superficie de un cuerpo es la parte que lo separa del espacio restante. Las superficies tienen dos dimensiones: largo y ancho.

Ecuación dimensional $[L^2]$

Volumen es el lugar que un cuerpo ocupa en el espacio. Los volúmenes tienen tres dimensiones: largo, ancho y grueso o altura.

Ecuación dimensional $[L^3]$

Capacidad es el ámbito o espacio que tiene un cuerpo hueco para poder contener a otro.

Unidades

Las unidades de superficie son el *centímetro cuadrado* (cm^2) para el sistema cegesimal, y *metro cuadrado* (m^2) para los sistemas Giorgi y técnico.

En Agricultura se emplean para medir superficies el *área* y *hectárea.*

Las unidades de volumen son el *centímetro cúbico* (cm^3) para el sistema cegesimal, y el *metro cúbico* (m^3) para los sistemas Giorgi y técnico.

También se usa el decímetro cúbico (dm^3).

Las unidades de capacidad son el *mililitro* (ml) para el sistema cegesimal, y el *kilolitro* (Kl) para los sistemas Giorgi y técnico.

También se usa el litro (l).

Centímetro cuadrado es la superficie limitada por un cuadrado cuyo lado es un centímetro.

Area es la superficie limitada por un cuadrado que tiene diez metros de lado.

Centímetro cúbico es el espacio que ocupa un cubo que tiene un centímetro de arista.

Litro es la capacidad de un cubo hueco cuya arista interior tiene un decímetro de longitud. Esta capacidad equivale al volumen de un decímetro cúbico.

Entre las unidades de capacidad, volumen y peso existen las correspondencias siguientes:

1 Kilolitro	<>	1 metro cúbico	<>	1 tonelada métrica
1 litro	<>	1 decímetro »	<>	1 kilogramo
1 mililitro	<>	1 centímetro »	<>	1 gramo

Equivalencia

Superficies

Hectárea	1 Hect	$= 10^2$ a $= 10^4$ m^2
Area	1 a	$= 10^2$ m^2
Metro-cuadrado	1 m^2	$= 10^2$ dm^2 $= 10^4$ cm^2
Centímetro-cuadrado	1 cm^2	$= 10^{-2}$ dm^2 $= 10^{-4}$ m^2

Volúmenes

Metro-cúbico	1 m^3	$= 10^3$ dm^3 $= 10^6$ cm^3
decímetro-cúbico	1 dm^3	$= 10^3$ cm^3 $= 10^{-3}$ m^3
centímetro-cúbico	1 cm^3	$= 10^{-3}$ dm^3 $= 10^{-6}$ m^3

Capacidades

Kilolitro	1 Kl	$= 10^3$ l
Hectólitro	1 Hl	$= 10^2$ l
Decalitro	1 Dl	$= 10$ l
litro	1 l	$= 10^3$ ml
decílitro	1 dl	$= 10^{-1}$ l
centílitro	1 cl	$= 10^2$ l
milílitro	1 ml	$= 10^{-3}$ l

Unidades inglesas

Para medir superficies emplean el pie cuadrado y la pulgada cuadrada; para medir volúmenes la yarda cúbica, pulgada cúbica y el pie cúbico, y para medir capacidades el galón.

Equivalencia

Superficies

Pulgada cuadrada	1 pulgada cuadrada $= 2{,}54^2 = 6{,}4516$ cm^2
Pie cuadrado	1 pie cuadrado $= 30{,}48^2 = 929{,}03$ cm^2

Volúmenes

Yarda cúbica	1 yarda cúbica $= 91{,}44^3 = 764.555$ cm^3
Pie cúbico	1 pie cúbico $= 30{,}48^3 = 28.317$ cm$^3 = 0{,}028317$ m^3
Pulgada cúbica	1 pulg. cub. $= 2{,}54^3 = 16{,}387$ cm^3

Capacidades

Galón	1 galón <> 277,274 pulg. cub. <> 4,54 litros

§ R.—*Impulso mecánico y cantidad de movimiento.*

De la ecuación de definición de fuerza (§ F) deducimos la siguiente ecuación (1):

$$F = m \times a = m \times \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad F \times \Delta t = m \times \Delta v \qquad (1)$$

Impulso mecánico. Se le representa por J.

Ecuación de definición $J = F \times \Delta t$

Al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en el cual actúa dicha fuerza, se denomina impulsión o impulso mecánico.

Ecuación dimensional $[J] = [M\ L\ T^{-1}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$J = F \times \Delta t = M\ L\ T^{-2}\ T = M\ L\ T^{-1}$$

Unidades

La unidad cegesimal es la dina-segundo; la unidad Giorgi el newton-segundo, y la unidad técnica el kilogramo peso-segundo.

Las unidades inglesas son la libra-segundo, y el poundal-segundo.

Equivalencias

A partir de la ecuación dimensional deducimos sus equivalencias:

Sistema	$[J]$	$= [M\ L\ T^{-1}]$
CGS	dina x seg	$= 1$ g. 1 cm 1 seg^{-1} = 1 cgs
MKS	newton x seg	= Kg m seg^{-1} = 10^3 g x 10^2 cm x x 1 seg^{-1} = 10^5 u.c.g s
MK'S	Kgf x seg	= u.t. m seg^{-1} = 9,81 Kg x 1 m x x 1 seg^{-1} = 9,81 x 10^5 u.c.g s.
pie-libra-segundo	poudal x seg	= libra pie seg^{-1} = 453,6 g x 30,48 cm x x 1 seg^{-1} = 13.825,7 u.c.g s.
técnico-inglés	libra x seg	= slug pie seg^{-1} = 14.594,12 g x x 30,48 cm x 1 seg^{-1} = 444.828 u.c g s.

(Las mismas equivalencias que encontramos al estudiar las fuerzas (§ F), ya que el segundo es común a todos los sistemas).

§ R'.—*Cantidad de movimiento.* Se le representa por C.

Ecuación de definición $C = m \times v$

Se llama cantidad de movimiento al producto de la masa de un cuerpo por su velocidad.

Ecuación dimensional $[C] = [M\ L\ T^{-1}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$C = m\ v = M\ L\ T^{-1}$$

Unidades

La unidad cegesimal es el gramo-centímetro por segundo; la unidad Giorgi el Kilogramo-metro por segundo, y la técnica es unidad técnica de masa-metro por segundo.

Las unidades inglesas son la libra-pie por segundo, y el slug-pie por segundo.

Equivalencia

Como la cantidad de movimiento tiene las mismas dimensiones que el impulso mecánico, las equivalencias de sus unidades serán las mismas que hemos deducido para las unidades de impulsión.

Sistema	Impulsión	= cantidad de movimiento
cgs	1 dina seg	= 1 g x cm/seg = 1 u. cgs
M K S	1 new seg	= 1 Kg x m/seg = 10^5 u.c g s
MK'S	1 Kgf seg	= u.t. x m/seg = 9,81 x 10^5 u.c g s
pie-libra-segundo	1 poundal seg	= 1 lib x pie/seg = 13.825,7 u.c g s
técnico-inglés	1 lib-peso x seg	= 1 slug x pie/seg = 444.828 u.c g s

De la ecuación (1) deducimos:

$$j = C$$

La variación de la cantidad de movimiento de cualquier cuerpo es igual a la impulsión de la fuerza ejercida sobre dicho cuerpo.

§ S.—*Momento de un par y momento de inercia.* En la dinámica del sólido rígido (movimiento de rotación) la ecuación de Newton (§ F) se expresa por:

$$L = I\,\alpha$$

El momento de una fuerza (L) con respecto al punto centro del giro, es igual al producto del momento de inercia (I) por la aceleración angular (α).

Momento de un par

Ecuación de definición $L = f \times b$

El momento de un par (L) o de una fuerza con respecto a un punto centro del giro, correspondiente al par de fuerzas que origina dicho giro, es igual al producto de la fuerza (f) por el brazo (b).

Ecuación dimensional $[L \text{ momento}] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

Por ser el brazo una longitud (fuerza x longitud = trabajo):

$$[L \text{ momento}] = F \times B = F\ L = M\ a\ L = M\ L\ L\ T^{-2} = M\ L^2\ T^{-2}$$

Esta ecuación nos enseña que sus dimensiones son las del trabajo. Por ello sus unidades son las mismas (ergio, julio, Kilográmetro) cuyas definiciones y equivalencias ya hemos estudiado (ver § H).

La unidad inglesa es el pound-foot mientras que la del trabajo era el foot-pound, para diferenciarlas.

Si bien el trabajo y el momento de un par tienen las mismas dimensiones, se diferencian en que aquél es magnitud escalar mientras que éste es magnitud vectorial.

§ T.—*Momento de inercia.* Sus unidades son derivadas.

Ecuación de definición $I = \Sigma\, m\, r^2$

Al producto de la masa del sólido por el cuadrado de su distancia al eje de giro se denomina momento de inercia. (El momento de inercia en la dinámica del sólido rígido —movimiento de rotación— desempeña el mismo papel que la masa inerte en el movimiento rectilíneo).

Ecuación dimensional $[I] = [M\ L^2]$

Unidades

En el sistema c g s se mide en gramos-centímetros al cuadrado; en el sistema Giorgi en kilogramos-metros al cuadrado, y en el técnico en unidades técnicas de masa-metro al cuadrado.

En el sistema inglés en el slugs-pie al cuadrado.

A partir de la ecuación dimensional podemos deducir la equivalencia de sus unidades; estas coinciden con las del trabajo. (Ver § H.).

Equivalencia

1 u.t x m^2	=	9,81 Kg x m^2
1 Kg x m^2	=	10^7 g x cm^2
1 slug x pie^2	$\simeq$	1,3559 Kg x m^2

§ U.—*Viscosidad* es la inversa de la fluidez, nos expresa la resistencia que ofrecen las moléculas de un líquido al movimiento de su propia masa, esto es, a ser transvasado, o bien a fluir a través de un capilar (viscosímetro).

El tiempo que tarda en fluir un volumen determinado de un líquido a través del viscosímetro es proporcional a la relación viscosidad absoluta: densidad; ello nos permite medir experimentalmente viscosidades relativas, con relación al agua destilada.

Ecuación de definición $F = \eta \dfrac{S\,V}{l}$

La viscosidad absoluta o coeficiente de viscosidad η (eta) viene dada por la ecuación de definición en que F es la fuerza de viscosidad o fuerza tangencial que se opone al deslizamiento de unas capas de un líquido sobre otras de superficie S y a una distancia (de capa a capa) l, siendo V la velocidad con que se mueve dicho líquido.

La viscosidad depende de la presión y temperatura a que el flúido (líquido o gas) se encuentre.

Ecuación dimensional $[\eta] = [M\ L^{-1}\ T^{-1}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$\eta = \frac{F\,l}{S\,V} = \frac{\text{dina x cm}}{\text{cm}^2 \text{ x } \dfrac{\text{cm}}{\text{seg}}} = \frac{\text{dina x seg}}{\text{cm}^2} \text{ (sistema C.G.S.)}$$

$$\eta = \frac{F\,l}{SV} = \frac{F\,L}{L^2\,L\,T^{-1}} = F\,L\,L^{-3}\ T = F\,L^{-2}\,T = M\,L\,T^{-2}\,L^{-2}\,T = M\,L^{-1}\,T^{-1}$$

Unidades

La unidad del sistema C.G.S. es la dina-segundo por centímetro cuadrado (g. cm^{-1}. seg^{-1}) llamada poise; la del sistema Giorgi es el newton-segundo por metro cuadrado (Kg. m^{-1}. seg^{-1}) y la del sistema técnico es el kilogramo-peso-segundo por metro cuadrado (u.t. m^{-1}. seg^{-1}). Los coeficientes de viscosidad pequeños se miden en centipoises (c.p.); para los gases se emplea el micropoise (1 η p = 10^{-6} poise).

Las unidades inglesas son el poundal-segundo por pie cuadrado (lb. pie^{-1} seg^{-1}) y la libra-peso-segundo por pie cuadrado (slug. pie^{-1} seg^{-1}). Pero de ordinario se expresan en unidades arbitrarias, así en Estados Unidos utilizan, para la viscosidad de aceites lubrificantes, el número S A E (escala establecida por la Society of Automotive Engineers).—(10 SAE a 130° F <> 1,6 a 2,2 poise).

En España todavía se emplea el grado Engler. (1 SAE 40 <> 12 gragos Engler; 1 SAE 30 <> 8 grados Engler).

De la ecuación dimensional deducimos:

Sistema $\eta = [M\ L^{-1}\ T^{-1}]$

$$\text{C.G.S.}\quad \frac{\text{dina-seg}}{cm^2} = g.\ cm^{-1}\ seg^{-1} = 1 \text{ poise}$$

$$\text{M K S}\quad \frac{\text{newton-seg}}{m^2} = Kg\ m^{-1}\ seg^{-1} = 10^3\ g.\ 10^{-2}\ cm\ 1\ seg^{-1} = 10 \text{ poise}$$

$$\text{MK'S}\quad \frac{\text{Kgf-seg}}{m^2} = u.t.m^{-1}\ seg^{-1} = 9{,}81\ Kg \times 1\ m^{-1} \times 1\ seg^{-1} = 9{,}81 \times 10 \text{ poise} = 9.810 \text{ cp}$$

§ V.—*Tensión superficial.*—Como consecuencia de las fuerzas de atracción entre las moléculas de un líquido (cohesión), se almacena energía en forma potencial en su superficie libre, y entre la energía almacenada (W) y la extensión de la superficie libre (S) existe, para cada líquido, una relación constante llamada coeficiente de tensión superficial (τ)

Ecuación de definición $\tau = \dfrac{W}{S}$

Consecuencia de este almacenamiento de energía es la aparición, en la superficie libre, de fuerzas tangenciales que se manifiestan sobre los elementos de longitud que interrumpen su continuidad (circunferencia del tubo capilar), actuando en dirección perpendicular a ellos, y en virtud de estas fuerzas tangenciales y de las fuerzas de adherencia (atracción entre sólidos y líquidos) tenemos los fenómenos de capilaridad.

Debido a la tensión superficial las superficies libres de los líquidos se comportan como láminas o membranas rígidas elásticas que tienden a reducir el volumen de las moléculas.

Ecuación dimensional $[\tau] = [M\ T^{-2}]$

De la ecuación de definición deducimos:

$$\tau = \frac{W}{S} = \frac{F \times l}{l^2} = \frac{F}{l} = \frac{\text{ergios}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{dina}}{\text{cm}} \quad \text{(sistema C.G.S.)}$$

$$\tau = \frac{W}{S} = \frac{F\,L}{L^2} = F\ L\ L^{-2} = M\ L\ T^{-2}\ L\ L^{-2} = M\ T^{-2}$$

Unidades

La unidad del sistema C.G.S. es el ergio por centímetro cuadrado o la dina por centímetro (g. seg^{-2}); la del sistema Giorgi es el julio por metro cuadrado o newton por metro (Kg. seg^{-2}), y la del sistema técnico es el Kilográmetro por metro cuadrado o Kilogramo-peso por metro (u.t.seg^{-2}).

Las unidades inglesas son el foot pound por pie cuadrado o libra-peso por pie (slug.seg^{-2}), y el foot-poundal por pie cuadrado o poundal por pie (lb.$seg.^{-2}$).

Equivalencia

De la ecuación dimensional deducimos:

Sistema $[\tau] = [M\ T^{-2}]$

$$\text{c g s} \qquad \frac{\text{ergio}}{\text{cm}^2} = \text{g. } \text{seg}^{-2} = 1 \text{ c g s}$$

$$\text{M K S} \qquad \frac{\text{julio}}{\text{m}^2} = \text{Kg. } \text{seg}^{-2} = 10^3 \text{ g. } 1 \text{ seg}^{-2} = 10^3 \text{ c g s}$$

$$\text{M K S'} \quad \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^2} = \text{u.t} \quad \text{seg}^{-2} = 9{,}81 \; . \; 10^3 \text{ g. } 1 \text{ seg}^{-2} = 9.810 \text{ c g s}$$

$$\text{pie-lb-seg.} \quad \frac{\text{foot-poundal}}{\text{pie}^2} = \text{lb.} \quad \text{seg}^{-2} = 453{,}6 \text{ g. } 1 \text{ seg}^{-2} = 453{,}6 \text{ c g s}$$

$$\text{Tec}^{\text{o}} \text{ inglés} \frac{\text{foot-pound}}{\text{pie}^2} = \text{slug seg}^{-2} = 14.594{,}12 \text{ g. } 1 \text{ seg}^{-2} =$$

Las mismas equivalencias encontradas para las unidades de masa (ver § E) son las existentes entre las unidades de tensión superficial.

III

MAGNITUDES Y UNIDADES CALORIFICAS

5.—Magnitudes caloríficas fundamentales.—Unidades de diferencia de temperaturas.—Puntos fijos.—Escalas termométricas.—Unidades de calor.—Equivalencias térmicas

El agente físico calor es una forma de manifestarse la energía Como tal energía cumple la ley de Mayer-Helmholtz de la conservación; así obtenemos calor a partir de cualquier otra energía y recíprocamente el calor puede transformarse en otra energía más noble.

La energía calorífica se manifiesta por sus efectos: variaciones de temperatura, variaciones de volumen (dilatación), variaciones de presión (gases), variaciones de resistencia eléctrica, y cambios de estado (fusión, ebullición, etc.).

§ A.—*Temperatura* es una magnitud especial ya que en ella no se puede definir la suma si bien sí la igualdad.

Se define de un modo aproximado diciendo que es el nivel térmico del calor, ya que puestos dos cuerpos en contacto si están a igual temperatura no intercambian calor y si están a temperatura distinta el de temperatura más alta cede calor al de temperatura más baja.

Al no poderse definir la suma la medida de diferencia de temperaturas se hace de un modo indirecto. Como los efectos de variación de resistencia eléctrica, o variación de volumen, o variación de presión, producidos por el agente físico calor son simultáneos al efecto variación de temperaturas, existiendo además una relación de proporcionalidad entre aquellas y ésta, podemos aceptar como números que midan las temperaturas (grados) los valores que tomen aquellas magnitudes leídos en los *termómetros* (termómetro de resistencia eléctrica, termómetro de presión de hidrógeno, termómetro de dilatación de mercurio, etc.).

La igualdad podemos definirla experimentalmente, así si ponemos en contacto con un medio físico un cuerpo cualquiera (termómetro) si en éste su volumen, su presión, su resistencia eléctrica, etc. no varía estará a igual temperatura que el medio físico. Procediendo de este modo podemos comprobar que la fusión o ebullición de todo cuerpo químicamente puro se efectúa sin que la temperatura varíe mientras dura el cambio de estado y siempre a una misma temperatura llamada *punto fijo*.

Los dos puntos fijos escogidos para el establecimiento de las escalas termométricas son *fusión del hielo* y *ebullición del agua*.

El intervalo fundamental existente entre los dos puntos fijos se divide en *n* partes iguales llamadas grados de temperatura.

Sea (λ) la medida de una magnitud que cumpla la condición de variar con la temperatura (τ).

La función lineal que las relaciona será: $\lambda = f(\tau)$; $d \;\; = a\, d\tau$

Las variaciones de la magnitud que se estudia son proporcionales a las variaciones de temperatura; siendo (a) la constante de proporcionalidad.

Integrando tendremos:

$\int d\lambda = a \int d\tau$; $\lambda = a\tau + b$ (b constante de integración)

Dando distintos valores a los parámetros (a) y (b) obtendremos infinidad de funciones y hallaremos por lo tanto infinidad de escalas termométricas.

Las *escalas termométricas* usadas comúnmente son: centígrada o de Celsius; Reamur; inglesa o Fahrenheit, y las absolutas de Kelvin (absoluta centígrada) y de Rankine (absoluta Fahrenheit).

La *escala centígrada* toma como valores de los puntos fijos 0 (0° C) para fusión del hielo y 100 (100° C) para ebullición del agua y el intervalo fundamental le divide en 100 parte iguales «grados centígrados».

Si llamamos (λ_0) y (λ_{100}) a los valores de (λ) en uno y otro punto fijo los valores que toman los parámetros (a) y (b) serán:

$$\lambda = a\tau + b \quad (1) \qquad \text{para } \tau = 0 \text{ y } \tau = 100$$

$$\lambda_0 = b \qquad \lambda_{100} = 100\,a + b = 100\,a + \lambda_0 \qquad a = \frac{\lambda_{100} - \lambda_0}{100}$$

Sustituyendo en (1) (a) y (b) por sus valores:

$$\lambda = \frac{\lambda_{100} - \lambda_0}{100}\tau + \lambda_0 \quad (2) \quad \text{y} \quad \tau = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_{100} - \lambda_0}\,100 \qquad (3)$$

Esta ecuación (3) sirve para medir la temperatura en una escala centígrada, sin más que leer en el termómetro el valor de (τ).

La diferencia $\lambda_{100} = \lambda_0$ se llama intervalo fundamental.

Aplicando la fórmula (2) a las temperaturas (t + 1) y (t), tendremos:

$$\lambda_{t+1} = \frac{\lambda_{100} - \lambda_0}{100}(t + 1) + \lambda_0$$

$$\lambda_t = \frac{\lambda_{100} - \lambda_0}{100}\,t + \lambda_0$$

restando miembro a miembro resulta:

$$\lambda_{t+1} - \lambda_t = (1\ ^\circ \text{C}) = \frac{\lambda_{100} - \lambda_0}{100}$$

Ecuación que nos define el grado centígrado.

Unidades de temperaturas

Grado centígrado es la diferencia de temperaturas que produce una variación igual a la centésima parte del incremento de la magnitud (λ) (resistencia eléctrica; presión de hidrógeno a volumen constante; volumen del mercurio a presión constante de una atmósfera, etc.) cuando pasa de la temperatura del hielo fundente (λ_0) a la del vapor de agua hirviendo (λ_{100}).

La escala Reamur toma como valores de los puntos fijos, fusión del hielo 0 (0° R) y ebullición del agua 80 (80° R) y el intervalo fundamental le divide en 80 partes iguales «grados Reamur».

La escala Fahrenheit toma como valores de los puntos fijos, fusión del hielo 32 (32° F) y ebullición del agua 212 (212° F) y el intervalo fundamental le divide en 180 partes iguales «grados Fahrenheit».

Equivalencia

A partir de su definición deducimos la relación existente entre las distintas escalas termométricas en la siguiente ecuación de equivalencia:

$$\frac{^\circ\text{C}}{100} = \frac{^\circ\text{R}}{80} = \frac{^\circ\text{F} - 32}{180} \qquad \frac{^\circ\text{C}}{5} = \frac{^\circ\text{R}}{4} = \frac{^\circ\text{F} - 32}{9}$$

(simplificada)

Así por ejemplo para pasar de grados Reamur a grados centígrados emplearíamos la ecuación:

$$\text{C} = \frac{5}{4}\text{R}$$

Las *escalas absolutas* se refieren al cero absoluto, temperatura a la cual el volumen ocupado por un gas es el covolumen (desaparecen los espacios intermoleculares) y la presión es nula (las moléculas han perdido todo movimiento por no existir los espacios intermoleculares). Esta temperatura es la de -273° C.

Deducción.—A partir del binomio de dilatación de los gases perfectos a presión constante (Gay-Lusaac).

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t) \qquad 0 = V_0 (1 + \alpha t)$$

como V_0 es distinto de cero.

tenemos $1 + \alpha t = 0$, de donde $t = -\dfrac{1}{\alpha} = -\dfrac{1}{\dfrac{1}{273}} = -273^{\circ}$ C

como V_0 es distinto de cero.

Como las temperaturas absolutas se cuentan a partir del cero absoluto, deducimos:

$$T = t + 273 \text{ (Kelvin)} \qquad R = F + 459{,}4 \text{ (Rankine)}$$

La escala absoluta centígrada o de Kelvin tiene como cero absoluto (0° K) el -273° C, por lo tanto las temperaturas absolutas centígradas (T) se cuentan a partir del 273° C bajo cero, y su valor vendrá dado con relación a las centígradas (t) por la ecuación de equivalencia:

$$T = t + 273$$

La escala absoluta Fahrenheit o de Rankine tiene como cero absoluto (0° R) el $-459{,}4^{\circ}$ F que deducimos a partir de la ecuación de equivalencia:

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9} \qquad \frac{-273}{5} = \frac{F-32}{9}$$

$$F = -\frac{2457}{5} + 32 = -459{,}4^{\circ} \text{ F}$$

Por lo tanto las temperaturas absolutas Fahrenheit (R) se cuentan a partir de 459,4° F bajo cero, y su valor vendrá dado con relación a las Fahrenheit (F) por la ecuación de equivalencia.

$$R = F + 459{,}4$$

§ B.—*Cantidad de calor.*

Siendo el calor una energía, es claro que pueden medirse las cantidades de calor en unidades de energía o de trabajo (primer principio de la Termodinámica) si bien se miden comúnmente en unidades propias que se llaman caloría, kilocaloría, thermia, Btu, etc.

Ecuación de definición $\Delta Q = m\, C_e\, \Delta t$

Unidades

Caloría es la cantidad de calor necesaria para elevar de 14,5 a 15,5 grados centígrados la temperatura de un gramo-masa de agua pura bajo la presión atmosférica normal (760 torr.). Esta es la caloría-gramo o caloría pequeña o chica.

Kilocaloría es la cantidad de calor necesaria para elevar de 14,5 a 15,5 grados centígrados la temperatura de un kilogramo-masa de agua pura bajo la presión de una atmósfera. Se la llama caloría-kilogramo y caloría grande. Se representa por Kcal o por Cal.

Thermia es la cantidad de calor necesaria para elevar un grado centígrado (14,5 a 15,5) la temperatura de una tonelada métrica de agua pura bajo la presión de una atmósfera.

Cuando el incremento de calor (ΔQ) es negativo (calor sustraído) se mide en frigoría (unidad de frío), su valor absoluto es igual al de la kilocaloría.

En Termodinámica se mide el calor en unidades de trabajo (ergios, julios, kilográmetros) y experimentalmente Mayer, Joule, etc., determinaron la equivalencia mecánica del calor. (J = 427 Kgm.).

Ecuación $J = \dfrac{W}{Q}$

Entre el trabajo (W) producido (o gastado) y el calor (Q) gastado (o producido) existe una relación constante (J) llamada equivalente mecánico del calor

$J\,Q = W$ para $Q = 1$ K caloría $J = W = 427$ Kgm

1 K caloría equivale a 427 Kgm

El valor inverso de J se designa por $A = \dfrac{1}{J}$ y se denomina equivalente térmico del trabajo.

$Q = A\,W$ para $W = 1$ julio $A = Q = 0{,}24$ calorías

De la ecuación de definición deducimos:

$$\Delta Q = m \cdot C_e \cdot \Delta t$$

$1\text{ cal} = 1\text{ g. } 1\,(H_2O) \cdot 1^\circ\text{ C }(15{,}5 - 14{,}5) = 1\text{ cal}$

$1\text{ Kcal} = 1\text{ Kg } 1\,(H_2O) \cdot 1^\circ\text{ C }(15{,}5 - 14{,}5) = 10^3\text{ g }(H_2O) \cdot 1^\circ\text{ C} = 10^3\text{ cal.}$

$1\text{ Frigoría} = 1\text{ Kg } 1\,(H_2O) \cdot 1^\circ\text{ C }(14{,}5 - 15{,}5) = -1\text{ Kcal} = -10^3\text{ cal}$

$1\text{ Therm} = 1\text{ Tm. } 1\,(H_2O) \cdot 1^\circ\text{ C }(15{,}5 - 14{,}5 = 10^3\text{ Kg } 1\,(H_2O) \cdot 1^\circ\text{C}$ $10^3\text{ Kcal} = 10^6\text{ cal.}$

Equivalencia

Thermia 1 Therm $= 10^3$ Kcal $= 10^6$ cal

Kilocaloría 1 Kcal o Cal $= 10^3$ cal $= 1$ mther (milithermia)

Frigoría 1 frigoría $= -1$ Kcal $= -10^3$ cal

Caloría 1 cal $= 10^{-3}$ Kcal $= 10^{-6}$ Ther $= 1$ μ ther (microthermia)

Equivalencia mecánica del calor

1 Kcal = 427 Kgm = 4.188 julios

1 cal = 0,427 Kgm = 4,18 jul = 4,18 . 10^7 ergios

Equivalencia calorífica del trabajo

1 julio = 1/4,188 = 0,238 $\simeq$ 0,24 cal

1 Kgm = 1/0,427 = 2,34 cal

Unidades inglesas.—La unidad de cantidad de calor empleada por los ingleses es la B.T.U. (British-Thermal-Units) o libra-grado Fahrenheit, que se define como la cantidad de calor necesario para elevar un grado Fahrenheit (de 39°,1 a 40°,1 F) la temperatura de una masa de agua igual a una libra.

De la ecuación de definición deducimos:

$$Q = m \, . \, C_{\theta} \, \Delta \, . \, \Delta t$$

$$1 \text{ cal} = 1 \text{ g. } 1 \, (H_2O) \, . \, 1^{\circ} \text{ C} = 1 \text{ cal}$$

$$1 \text{ B. T. U.} = 1 \text{ lb. } 1 \, (H_2O) \, . \, 1^{\circ} \text{ F} = 453{,}6 \text{ g. } 1 \, (H_2O) \, . \, \left(\frac{5}{9}\right)^{\circ} \text{C} = 252 \text{ cal}$$

Equivalencia

Libra-grado Fahrenheit 1 B.T.U. = 252 cal

6.—Magnitudes caloríficas derivadas.—Ecuaciones de definición

Las magnitudes caloríficas derivadas se deducen fácilmente de las fundamentales ya estudiadas a partir de la ecuación de definición de cantidad de calor

$$\Delta Q = m \, C_{\theta} \, \Delta t$$

§ C. *Calor específico.*—De la ecuación de definición de cantidad de calor despejando C_{θ} deducimos:

Ecuación de definición $$C_{\theta} = \frac{\Delta Q}{m \, \Delta t}$$

Regla.—Si hacemos el denominador igual a la unidad (m = 1 gramo $\Delta t = 1^{\circ}$ C) tenemos indentificado el calor específico con el numerador (ΔQ) cantidad de calor, magnitud ya estudiada.

Calor específico es la cantidad de calor (número de calorías) que hay que comunicar a un gramo de sustancia problema para elevar su temperatura un grado centígrado.

Como para el agua (definición de caloría) se necesita una cantidad de calor igual a la unidad (1 cal), su calor específico será la unidad. (Las demás sustancias tienen calores específicos menores a la unidad, así el del mercurio vale $C_\theta = 0{,}033$).

§ D. *Capacidad calorífica.*—De la ecuación de definición de cantidad de calor haciendo Δt igual a uno deducimos:

Ecuación de definición $C = C_\theta \cdot m$

Capacidad calorífica es la cantidad de calor que hay que comunicar al cuerpo problema para que su temperatura se eleve un grado centígrado; como a cada gramo hay que comunicarle C_θ calorías, la capacidad calorífica vendrá dada por $C_\theta \cdot m$, en que m es la masa total en gramos de dicho cuerpo.

§ E.—*Conductibilidad calorífica*

Ecuación de definición $\Delta Q = C\, S\, \frac{\Delta t}{e} - \gamma$

La cantidad de calor que atraviesa un muro es directamente proporcional a su superficie (S), a la diferencia de temperaturas entre sus dos caras (Δt) y al tiempo (γ); e inversamente proporcional al espesor (e).

La constante de proporcionalidad (C) es un coeficiente que depende de la naturaleza del cuerpo. (Hay tablas de valores de C).

El término $\Delta t/e$ que expresa la variación de temperatura por unidad de longitud se llama *gradiente de temperatura.*

Unidades

Regla.—Si hacemos S, Δt, γ y e iguales a la unidad tendremos identificado el coeficiente de conductibilidad calorífico (C) con la magnitud calor (ΔQ), magnitud ya estudiada.

Al ser $C = \Delta Q$ las unidades en que se mide el coeficiente de conductibilidad calorífica serán las mismas unidades en que medimos el calor: caloría-gramo, ergio, vatio . segundo (julio).

Los valores de C dependen de las unidades en que midamos S, Δt, γ y e. Así podrán venir en calorías-gramo metro/metro cuadrado hora grado; representa la cantidad de calor en calorías-gramo que en una hora atraviesa un muro de 1 m^2 de superficie y 1 m de espesor, cuando sus caras opuestas tienen una diferencia de temperatura de 1 grado centígrado.

En el sistema cegesimal vendrá en ergios cm/cm^2 grado segundo.

§ F.—*Entalpía.*

Ecuación de definición $i = \lambda + A\, p\, V_0$

Esta magnitud ha sido propuesta por el físico holandés Kammerlingh-Onnes (el hombre del frío). Se llama entalpía (i) a la suma del calor total de vaporización de un líquido (λ) más el producto del equivalente térmico del trabajo ($A = 1/J$), por la presión del vapor de dicho líquido (p), por el volumen (V_0) ocupado por un Kg de líquido a la presión p.

Este producto tiene un valor numérico muy pequeño; podemos despreciarle con lo que tendremos: $i = \lambda$

Se llama calor total de vaporización de un líquido (λ) al calor que hay que comunicar a un gramo de líquido a su temperatura de fusión para pasarle a vapor a la temperatura de ebullición.

Regnault encontró, para el valor total de vaporización de un líquido, la fórmula siguiente:

$$\lambda = a + b\,t + c\,t^2$$

(Para el agua los parámetros valen: $a = 606{,}5$, $b = 0{,}305$, $c = 0$).

La entalpía o calor total de vaporización del agua vendrá dada por:

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\ t_e$$

En que t_e es la temperatura de ebullición.

A la presión $P = 1$ atmósfera, $t_e = 100^\circ$ C y $\lambda = 637$ calorías.

A la presión de una atmósfera para pasar 1 gramo de agua de su temperatura de fusión cero grados centígrados a vapor a su temperatura de ebullición cien grados centígrados, hay que comunicarle:

$\Delta Q = m\, C_e\, \Delta t = 1\,g.\ 1\ (100 - 0) = 100$ calorías para pasarle de cero grados a cien grados líquida. Y 537 calorías (calor latente de vaporización del agua $Lv = 537$ cal.) para pasarle de líquida a cien grados a vapor a cien grados. En total, $\lambda = 100 + 537 = 637$ cal., el mismo resultado obtenido con la fórmula de Regnault.

§ G.—*Entropía*

Ecuación de definición $\quad dS = \dfrac{dQ}{T}$

Se llama entropía a una función de estado introducida en Termodinámica por Clausius y cuya diferencial (dS) es la razón que existe, en toda transformación reversible elemental, entre el calor comunicado (dQ) al sistema que experimenta dicha transformación reversible y su temperatura absoluta.

Unidades

La entropía se mide en unidades c.g.s., en clausius o unidad giorgi y en onnes.

La unidad cegesimal es el ergio/grado Kelvin.

La unidad Giorgi o clausius es el julio/grado Kelvin.

El onnes es la caloría/grado Kelvin.

Equivalencia

1 onnes = 4,18 clausius = $4{,}18 \times 10^7$ u.c.g.s.

IV

MAGNITUDES Y UNIDADES ACUSTICAS

7.—Acústica.—Sonido: Naturaleza

La acústica es la parte de la Física que estudia el sonido.

Sonido es la energía que impresiona el sentido del oído.

El sonido es de naturaleza vibratoria-ondulatoria; vibratoria en cuanto al agente emisor, y ondulatoria en cuanto al medio elástico de propagación; al llegar las ondas al oído hacen vibrar la membrana del tímpano e impresionando nuestro nervio acústico experimentamos la sensación auditiva.

Tanto el agente emisor como el medio elástico de transmisión han de ser materiales; así en el vacío no se propaga el sonido. En el aire (medio isótropo) se propaga a 20° C con una velocidad $v = 340$ m/seg.

8.—Cualidades fisiológicas del sonido: tono, intensidad y timbre.—Sensación sonora.—Intervalo

Las cualidades del sonido son: tono o frecuencia, intensidad y timbre.

§ A.—*Tono* es la frecuencia del sonido.

Frecuencia en todo movimiento vibratorio es el número de vibraciones por segundo. Por ser el período el tiempo que tarda el móvil en realizar una vibración completa, la frecuencia (N) será la inversa del período (T).

$$N = \frac{1}{T}$$

El tono (N) está relacionado con la longitud de onda (λ) y la velocidad de propagación de la onda sonora (v), por la siguiente ecuación (en todo medio isótropo la vibración se propaga con movimiento uniforme $e = v \cdot t$):

$$\lambda = V \cdot T = V : N \qquad V = N\,\lambda \qquad N = \frac{V}{\lambda}$$

De dos sonidos se llama agudo al de mayor frecuencia o menor longitud de onda, y grave al de menor frecuencia o mayor longitud de onda.

Unidades

El tono se mide en vibraciones o ciclos por segundo, o hertz, y en kilociclos o kilohertzios.

Equivalencia

Kilohertzio 1 Khz = 10^3 hz
Hertzio 1 hz = 1 vib/seg = 1 ciclo/seg

El tono de los sonidos audibles está comprendido entre los valores 20 y 20.000 hz.

§ B.—*Intensidad* de una onda sonora se define como la cantidad media de energía sonora transportada por la onda, por unidad de superficie y por unidad de tiempo, a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación.

Es la cualidad del sonido que permite su percepción a mayor o menor distancia.

Cumple las leyes del movimiento vibratorio, rigiéndose por sus ecuaciones:

Ecuaciones: $$I = \frac{1}{4}\, m\, A^2 \omega^2 = \frac{m A^2 \pi^2}{T^2} \qquad \frac{I}{I'} = \frac{d'^2}{d^2}$$

1.ª) La intensidad sonora es proporcional al cuadrado de la amplitud, y a la masa vibrante; e inversamente proporcional al cuadrado del período.

2.ª) Las intensidades sonoras son inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias al foco emisor.

Unidades

Por ser energía por tiempo y superficie se medirá en unidades de potencia por superficie, o de presión multiplicada por velocidad:

$$I = \frac{W}{t\,S} = \frac{\text{Potencia}}{\text{Seción}} = \frac{\text{ergio/seg}}{\text{cm}^2} \text{ (unidad C.G.S.)}$$

$$I = \frac{W}{t \cdot S} = \frac{F \cdot e}{t \cdot s} = \frac{F}{S} \cdot \frac{e}{t} = \text{Presión x Velocidad} = \text{baria x cm/seg (C.G.S.)}$$

corrientemente se mide en vatios por cm^2

Equivalencia

Ergio por centímetro cuadrado y por segundo:

$$1 \frac{\text{ergio : seg}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{dina . cm : seg}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ baria . cm/seg} = 1 \text{ unidad c.g.s.}$$

Vatio por centímetro cuadrado:

Vatio/cm^2 = 10^7 ergio/seg. cm^2 = 10^7 barias . cm/seg = 10^7 unidades c.g.s.

La intensidad de los sonidos audibles está comprendida, aproximadamente, entre los valores 10^{-16} y 10^{-4} w/cm^2.

§ C.—*Timbre* de un sonido, es la cualidad que permite diferenciarle de otro de igual tono e intensidad producido por distinto instrumento; así por el timbre de voz distinguimos a la persona que habla.

El timbre es la cualidad de los sonidos compuestos y está determinado por el número de armónicos que acompañan al sonido fundamental y por sus intensidades respectivas.

Los sonidos simples carecen de armónicos, al analizarles gráficamente la curva obtenida es una sinusoide.

En los sonidos compuestos la curva de sus vibraciones es ondulada asimétrica, resultante de la composición de dos o más simples, el fundamental y uno o varios armónicos.

La frecuencia de los armónicos es doble, triple, etc., de la del fundamental al que acompañan.

Unidades

Podemos tomar como unidad de timbre el número de armónicos y valor de sus frecuencias respectivas expresadas en función de la del sonido fundamental, deducido todo ello del estudio de la curva periódica registrada sobre papel ahumado al analizar un sonido. Así, por ejemplo, diríamos el timbre de este sonido es un armónico de frecuencia triple a la del fundamental; teniendo el fundamental un tono de 100 hz, y una intensidad de 10^{-4} vatios/cm^2.

§ D.—*Sensación sonora.*—Para que un sonido sea audible es necesario que sus cualidades tono e intensidad estén comprendidas entre los valores siguientes: El tono o frecuencia entre 20 y 20.000 ciclos/seg, y la intensidad entre 10^{-16} y 10^{-4} w/cm^2; variando los valores de ésta con los de la frecuencia, así el mínimo de intensidad audible corresponde a la frecuencia de 2.500 ciclos/seg.

Los sonidos de frecuencia inferior a 20 hz no llegan a impresionar nuestro nervio acústico y los superiores a 20.000 hz, llamados ultrasonidos. no hacen vibrar la membrana del tímpano, gracias a ello la elasticidad de ésta no llega al límite de ruptura.

La intensidad de una onda sonora es una cualidad objetiva de ella y puede medirse físicamente sin utilizar nuestro sentido del oído.

La sensación sonora que un sonido produce en el sentido del oído humano, es por el contrario una cualidad subjetiva de la onda sonora y por ello no podemos medirla físicamente con aparatos acústicos. Pero se ha observado experimentalmente que a medida que aumenta la intensidad de una onda sonora, aumenta también la sensación sonora, habiendo encontrado Fechner y Weber una ley que relaciona la sensación sonora o sonoridad (S) con el estímulo, excitante, o intensidad relativa de la onda (I/I_0):

$$S = \log \frac{I}{I_0}$$

I es la intensidad dada e I_0 la intensidad arbitraria que se toma como punto de referencia, intensidad umbral o intensidad del sonido más débil que puede oirse. ($I_0 \sim 10^{-16}$ w/cm^2).

La escala logarítmica de sonoridad se mide en beles (en honor a Alexander Graham Bell inventor del teléfono) medidos I e I_0 en las mismas unidades. Esta unidad resulta muy grande y por ello se emplea también el decibel. Para que S venga en decibeles la ecuación de Weber toma la expresión siguiente:

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (1)$$

Tomando por valores límites de intensidad sonora que el oído humano tolera $I_0 = 10^{-16}$ w/cm^2 e $I = 10^{-4}$ w/cm^2, se tendrá:

Valor mínimo $I = 10^{-16}$ w/cm^2

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-16}}{10^{-16}} = 10 \log 1 = 0 \text{ db.}$$

Valor máximo $I = 10^{-4}$ w/cm^2

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-4}}{10^{-16}} = 120 \text{ db}$$

Por encima de 120 db ($I > 10^{-4}$ w/cm^2) la sensación sonora es desagradable. La intensidad umbral $I_0 = 10^{-16}$ w/cm^2 corresponde a un sonido de frecuencia 2.500 hz. Si tomamos en la ecuación de Weber (1) como sonido de referencia la intensidad umbral al sonido de 1000 hz, la sensación sonora en vez de venir en decibeles, vendrá medida en fonos.

§ E.—*Intervalo* es el cociente de dividir las frecuencias de dos sonidos emitidos o bien simultáneamente por dos instrumentos musicales (armonía) o bien sucesivamente por un solo instrumento musical (melodía).

Si el intervalo viene expresado por un número sencillo la sensación sonora es agradable y si el número no es sencillo la sensación es desagradable. A la sensación agradable se la denomina sonido musical y a la desagradable ruido.

En función del intervalo un sonido respecto a otro puede ser unísono, armónico, octava, etc. Un sonido es *unísono* de otro cuando tienen por intervalo la unidad, esto es, los dos sonidos emitidos tienen igual tono.

Armónicos de un sonido son los que tienen por intervalo la serie natural de los números enteros ($n = 1, 2, 3$, etc.), esto es, tienen por tono los múltiplos enteros de su frecuencia.

Octavas agudas de un sonido son los que tienen por intervalo los valores 2^n ($n = 1, 2, 3$, etc.) esto es, tienen por tono el del sonido considerado multiplicado por 2, 4, 8, 16, etc.

Ejemplos; si emitimos dos sonidos o notas musicales de tono 100 hz y 300 hz respectivamente, la segunda será armónica de la primera pero no octava aguda; y si las notas musicales emitidas son de tono 100 hz y 200 hz o de 100 hz y 400 hz, las segundas serán armónicas de la primera y además octavas agudas.

Dado un sonido de frecuencia N_1 y dos armónicos del mismo de frecuencias N_2 y N_3, los intervalos del segundo respecto al primero y del tercero respecto al segundo serán:

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} \qquad i_2 = \frac{N_3}{N_2}$$

Al intervalo del tercero respecto al primero $\quad i = \dfrac{N_3}{N_1}$

se le llama suma de los intervalos anteriores; su valor será el producto de los otros dos:

$$i = i_1 \cdot i_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{N_3}{N_2} = \frac{N_3}{N_1}$$

Pero si tomamos logaritmos su valor será la suma:

$$\log i = \log i_1 + \log i_2$$

Entre una nota y su octava aguda se intercalan seis notas definidas por sus intervalos con respecto a la primera, recibiendo el conjunto de los ocho sonidos el nombre de gama musical u octava.

Los nombres de las ocho notas y el valor de sus intervalos con respecto a la primera, són:

do_1	re_1	mi_1	fa_1	sol_1	la_1	si_1	do_2
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)

Los intervalos sucesivos son:

do_1 — re_1	re_1 — mi_1	mi_1 — fa_1	fa_1 — sol_1	sol_1 — la_1	la_1 — si_1	si_1 — do_2
$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)

Las notas cuyos intervalos con relación a otra sean $\frac{25}{24}$ y $\frac{24}{25}$ se llaman sostenido y bemol de ella respectivamente.

Aplicando el concepto de suma tendremos:

$b = A \,.\, 1$
$c = B \,.\, A$
$d = C \,.\, B \,.\, A$
$e = D \,.\, C \,.\, B \,.\, A$
$f = E \,.\, D \,.\, C \,.\, B \,.\, A$
$g = F \,.\, E \,.\, D \,.\, C \,.\, B \,.\, A$
$h = G \,.\, F \quad E \,.\, D \,.\, C \,.\, B \,.\, A$

$$\text{Ejemplo: } f = E.D.C.B.A = \frac{10}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{1600}{8.15.8} = \frac{5}{3}$$

Se ha convenido en fijar el número de vibraciones de una nota el la_3 en $n = 435$ hz; a partir de ella podemos conocer el tono de todas las demás.

$$\text{Así } \frac{la_3}{do_3} = \frac{5}{3} = \frac{435}{do_3} \qquad do_3 = \frac{435 \,.\, 3}{5} = 261 \text{ hz}$$

Conociendo el do_3 obtendremos todas sus octavas agudas; así dividiendo por 2 y 4 obtenemos el do_2 y do_1 y multiplicando por 2, 4, 8, 16. etc. obtenemos el do_4, do_5, do_6, do_7, etc.

Conocido el do de cada gama musical basta multiplicar por el intervalo para obtener el tono de las siete notas restantes.

El sostenido de una nota resulta multiplicando su intervalo por 25/24 y el bemol multiplicando por 24/25.

Unidades

El intervalo de dos sonidos viene medido por un número abstracto, el resultante de dividir sus frecuencias respectivas.

Al estudiar los intervalos de las ocho notas musicales de la octava o gama musical observamos se repiten ciertos valores: 9/8, 10/9 y 16/15. Estos valores se toman como unidad de intervalo con el nombre de tono mayor, tono menor y semitono, respectivamente.

Sus valores en número abstracto son:

$$\text{Tono mayor} = \frac{9}{8} = 1{,}125 = 51{,}1 \text{ sawarts}$$

$$\text{Tono menor} = \frac{10}{9} = 1{,}111 = 45{,}8 \text{ sawarts}$$

$$\text{Semitono} = \frac{16}{15} = 1{,}066 = 28 \text{ sawarts}$$

También se usa como unidad el sawart y la coma.

El *sawart* se define como el logaritmo del intervalo multiplicado por mil. Se representa por σ (sigma) y equivale aproximadamente a 1/300 de octava.

La *coma* es un múltiplo del sawart, equivale a 5 sawarts.

Para la octava:

$$i = \frac{N}{N'} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \log i = \log 2 = 0{,}301 \qquad \sigma = \log 2 \,.\, 1000 =$$
$$= 0{,}301 \,.\, 1000 = 301 \text{ sawart}$$

Una octava equivale a 301 sawarts.

El intervalo entre el tono mayor y el tono menor valdrá:

$$i = \frac{N}{T} = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{10}{9}} = \frac{81}{80} \qquad \log i = \log 81 - \log 80 = 1{,}9085 - 1{,}9031 = 0{,}0054$$

$$\sigma = 0{,}0054 \,.\, 1000 = 5{,}4 \text{ sawart} \simeq 1 \text{ coma}$$

V

MAGNITUDES Y UNIDADES OPTICAS

9.—Optica.—Luz: Naturaleza.—Colores

Optica es la parte de la Física que estudia la luz. *Luz* es la energía que impresiona el sentido de la vista.

Según la mecánica ondulatoria del príncipe francés Luis de Broglie la luz tiene doble naturaleza corpuscular o fotónica y ondulatoria a través del éter. (El éter es un flúido hipotético, isótropo, imponderable que ocupa el vacío). Todo fotón, según De Broglie, lleva indisolublemente asociado a él un tren de ondas de longitud λ dada por la ecuación cuantista:

$$\lambda = \frac{h}{m\ v}$$

(h es la constante de Planck o cuanto de acción. m y v son la masa y velocidad del fotón).

Las ondas luminosas se distinguen de las sonoras por el hecho de que se propagan en el vacío (velocidad de la luz en el vacío es $c = 300.000$ Km/seg $= 3 \cdot 10^{10}$ cm/seg) y en que pueden polarizarse (todas las oscilaciones se efectúan en un mismo plano) y tienen de común, por ser movimiento ondulatorio, la ecuación:

$$\lambda = C\ T = \frac{C}{N} \quad (T = \text{período y } N = \text{frecuencia})$$

En óptica hemos de considerar la causa y el efecto. La causa es el agente físico luz, energía emitida por un manantial ya puntual o foco luz, ya superficial. El efecto es la sensación producida por la luz en nuestro nervio óptico.

La causa o agente físico luz, es radiación electromagnética, en ella consideramos su aspecto físico: longitud de onda (se mide en m_μ) y energía que transporta en la unidad de tiempo (en watios).

El efecto o sensación óptica es la iluminación y el color de los cuerpos.

Los cuerpos manantiales de luz pueden ser luminosos e iluminados. Luminosos son los que tienen luz propia (el sol, el fósforo, los cuerpos incandescentes, etc.). Iluminados son los que no teniendo luz propia, se hacen visibles al devolver toda o parte de la energía luminosa que reciben de los anteriores (la Luna, la Tierra, este libro, etc.).

La energía luminosa impresiona el sentido de la vista cuando su longitud de onda está comprendida entre $\lambda = 400$ y 700 mμ.

La luz blanca es compleja, está formada por siete radiaciones monocromáticas visibles que impresionando nuestra retina producen la sensación de color; los colores de estas radiaciones monocromáticas son de mayor a menor longitud de onda:

(700 mμ) Rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta (400 mμ). Las radiaciones de mayor longitud de onda a 700 mμ se llaman infrarrojas, y las de λ menor a 400 mμ se llaman ultravioletas; tanto las infrarrojas como las ultravioletas no son visibles directamente pero se manifiestan por sus propiedades químicas; así impresionan placas fotográficas.

El *color de los cuerpos* depende del poder selectivo de absorción para ciertas radiaciones. Ejemplo, un cuerpo es verde cuando absorbe todas las radiaciones menos la verde, la cual o bien se refleja si el cuerpo es opaco (reflexión difusa), o bien le atraviesa si el cuerpo es diáfano (refracción). Los cuerpos blancos no absorben ninguna; reflejan las siete que llegan superpuestas a nuestra retina. Los cuerpos negros por el contrario, absorben todas las radiaciones visibles.

Las magnitudes luminosas (unas se refieren a la causa y otras al efecto), son: flujo luminoso, intensidad luminosa, iluminación, radiancia, brillo y convergencia.

10.—Magnitudes y unidades luminosas

Flujo radiante de un manantial de luz, de superficie cualquiera, es la cantidad total de energía luminosa que emite dicho manantial, en todas las direcciones, en la unidad de tiempo.

Ecuación de definición $\Phi = \dfrac{W}{t}$

La energía luminosa (W) puede medirse experimentalmente mediante el fenómeno de absorción, ya que la energía luminosa absorbida se transforma en calor. Midiendo este calor en calorías tendremos, dividiendo por el equivalente calorífico del trabajo (0,24), la energía luminosa medida en julios.

Si en la ecuación de definición medimos la energía luminosa en julios, y el tiempo (t) en segundos; el flujo radiante (Φ) vendrá medido en vatios.

La energía luminosa (W) radiada por el manantial de luz al llegar a un cuerpo, parte es absorbida (A); parte es reflejada (R), y parte atraviesa el cuerpo-refracción (T). Cumpliéndose:

$$W = A + R + T$$

La relacíón entre la energía absorbida y la recibida por el cuerpo se llama poder absorbente (a): $a = \frac{A}{W}$

Un cuerpo que absorbe toda la energía luminosa que recibe es absolutamente negro. Ejemplo: un recipiente lleno de ollín con una abertura muy pequeña.

En un cuerpo absolutamente negro, se verifica que el poder absorbente vale la unidad:

En efecto:

$$R + T = 0 \qquad W = A + R + T = A \qquad a = \frac{A}{W} = \frac{A}{A} = 1 \qquad a = 1$$

Un cuerpo que refleja toda la energía luminosa que recibe se llama cuerpo brillante, pulimentado o espejo. Ejemplo: el platino pulimentado.

§ A. *Flujo luminoso.*—No todo el flujo radiante se aprovecha en la iluminación, pues sabemos que las ondas electromagnéticas luminosas de $\lambda > 700\ m\mu$ y $\lambda > 400\ m\mu$ no impresionan el sentido de la vista. (Las ondas luminosas de $\lambda > 700\ m\mu$ son esencialmente caloríficas).

A la porción de flujo radiante que impresiona nuestra vista produciendo la sensación de iluminación, y color de los cuerpos, se llama flujo luminoso.

Podemos definir el flujo luminoso de un manantial de luz, de superficie cualquiera, como la cantidad de energía luminosa de longitudes de onda de 400 a 700 $m\mu$ sin solución de continuidad, que emite dicho manantial, en todas las direcciones, en la unidad de tiempo. (Si la superficie tiene el valor unidad al flujo luminoso se le llama radiancia).

El flujo luminoso se mide en lúmenes.

El valor del flujo luminoso es función de la longitud de onda de la radiación electromagnética y de la potencia (vatios) del flujo radiante. Las modernas investigaciones han dado a conocer que el máximo de luminosidad corresponde a la radiación de $\lambda = 555\ m\mu$; para esta radiación si el flujo radiante es de 1 vatio, el flujo luminoso es 685 lúmenes.

La relación existente entre el flujo luminoso y el flujo radiante se llama *rendimiento luminoso*. En el alumbrado por incandescencia se suele expresar el rendimiento luminoso en lúmenes por vatio; su valor es muy pequeño, así por ejemplo en las lámparas de filamento de carbón vale 3,5 lúmenes/w y en las de filamento de wolframio 18 lúmenes/w; los focos luminosos de mayor rendimiento son los de luz fría (fósforo, tubos neón, gusanos de luz, etc.).

Unidades

Lumen es el flujo luminoso correspondiente a un flujo radiante de 1/685 = 0,00146 vatios de potencia y 555 mμ de longitud de onda.

El flujo luminoso está íntimamente relacionado con la magnitud óptica intensidad luminosa (ver § B) y así frecuentemente se usa el lumen, en lugar de la bujía, esto es, se considera el flujo luminoso emitido por el foco, en lugar de su intensidad.

(La relación existente entre el lumen y la bujía decimal así como su equivalencia se deduce fácilmente de la siguiente definición de lumen, definición más generalizada que la anterior).

Lumen es el flujo luminoso contenido en un ángulo sólido unidad (estereoradián) emitido por el foco uniforme de una bujía decimal colocada en el vértice de dicho ángulo.

(Se llama foco uniforme a todo manantial puntiforme porque el flujo que emite se reparte por igual en todas las direcciones; si el manantial no es puntiforme —superficie cualquiera— no es uniforme).

Como el ángulo sólido total que rodea al foco luminoso puntiforme (espacio esférico cuyo centro es el vértice) es 4π estereoradianes, el flujo luminoso total emitido por una bujía decimal valdrá 4π = 12,57 lúmenes. (Y en general: $\Phi t = 4\,\pi\,I$).

Equivalencia

Vatio (para radiación monocromática de λ = 555 mμ):

1 lumen = 0,00146 w
1 vatio = 685 lúmenes.

Bujía decimal 1 bujía = 4π lúmenes = 12,57 lum. = 0,018 w.

§ B.—*Intensidad luminosa* de un manantial puntual o foco luz, es el flujo luminoso que corresponde a un ángulo sólido unidad. Equivale a la cantidad de luz que pasa, en la unidad de tiempo, a través de una superficie de un centímetro cuadrado de una esfera de radio unidad (1 cm), en cuyo centro situamos el manantial puntual emisor. Esta magnitud valora el poder iluminante de un foco; a mayor intensidad mayor iluminación.

Ecuación de definición $I = \dfrac{\Phi}{\omega}$

(I = intensidad luminosa; Φ = flujo luminoso; ω (omega) = ángulo sólido).

El Congreso de electricidad de París (1881) escogió como unidad oficial de intensidad luminosa el violle (unidad internacional); posteriormente en 1909 se adoptó (Francia-Inglaterra-Estados Unidos) la bujía decimal, internacional o pyr. Este patrón, ante la imposibilidad de construirlo exactamente, fué reemplazado más tarde por lámparas de incandescencia de filamento de carbón envejecido, en las que se conoce el número de bujías que producen al ser alimentadas a un voltaje determinado. (Aproximadamente se toman las siguientes equivalencias: lámparas de filamento de carbón y vacío (Edison) de n vatios = n/2 bujías; de filamento metálico y vacío de n vatios = n bujías; de filamento metálico y gas inerte de n vatios = 2 n bujías). Modernamente en 1940 se ha introducido la llamada bujía nueva, ligeramente inferior a la decimal.

Unidades

Violle es la intensidad luminosa emitida normalmente por un centímetro cuadrado de superficie de platino a su temperatura de fusión (p.f. = 1790° C). Equivale a 20 bujías decimales.

Bujía nueva es 1/60 parte de la intensidad luminosa emitida normalmente por un centímetro cuadrado de superficie de cuerpo negro a la temperatura de fusión del platino (1740° C). Equivale a 0,98 b. decimales.

Bujía decimal se define a partir de la ecuación de definición; es la intensidad luminosa igual al flujo de un lumen por estereoradián. Este patrón se construyó con estearina y parafina (bujía esteárica). Equivale a 1/20 del violle.

Ecuación: $\Phi^t = 4\pi I$ 1 bujía = lumen/estereoradián.

Bujía de Hefner fué adoptada por los alemanes, es la intensidad luminosa que produce la combustión de una mecha de 8 mm de diámetro y llama de 40 mm de longitud, de acetato de amilo. Equivale a 0,9 b. decimales.

Carcel unidad utilizada en Francia, es la intensidad luminosa emitida por una lámpara de aceite de colza, que quema 42 g por hora, siendo la llama de 4 cm de altura. Equivale a 9,7 b. decimales.

Vernon-Harcourt unidad utilizada en Inglaterra, es la intensidad luminosa emitida por una lámpara que quema pentano. Equivale aproximadamente al Carcel = 9,7 b. decimales.

Equivalencia

Violle	1 violle	= 20 b.d.
Bujía decimal, internacional, pyr	1 b. deci	= 1 b.d.
Bujía nueva	1 b nuev	= 0,98 b. d.
Bujía Hefner (Alemania)	1 bujía Hefner	= 0,9 b. d.
Carcel (Francia)	1 carcel	= 9,7 b.d.
Vernon-Harcourt (Inglaterra)	1 vernon	= 9,7 b.d.

§ C.—*Iluminación* es el flujo luminoso que llega en la unidad de tiempo a la unidad de área de una superficie cualquiera colocada normalmente a la luz incidente.

Ecuación de definición $$A = \frac{\Phi}{S} \qquad \text{(I)}$$

(A = iluminación; Φ = flujo luminoso recibido por la superficie S que dicho flujo ilumina).

Ecuación de la inversa de los cuadros $$A = \frac{I}{d^2} \cos \alpha \qquad \text{(II)}$$

Deducción: supongamos una esfera de superficie S y radio R en cuyo centro situamos un foco luz de intensidad luminosa I; la cantidad de luz o flujo luminoso que incide normalmente sobre la superficie de la esfera será (ecuación I):

$$\Phi = A\ S = A\ 4\pi R^2 \qquad A = \frac{\Phi}{4\pi R^2} \qquad (1)$$

Si hacemos R = 1 A = I (por definición § B) de donde:

$$\Phi = 4\,\pi\,I \qquad I = \frac{\Phi}{4\,\pi} \qquad (2)$$

comparando (1) y (2) tenemos: $$A = \frac{I}{R^2}$$

Si en vez de incidir el flujo luminoso normalmente sobre la superficie, incide formando un ángulo de incidencia α, tendremos:

$$A = \frac{I}{R^2} \cos \alpha \qquad \text{(II)}$$

$A = A' \cos \alpha$ (Ley de Lambert), finalmente:

La iluminación de una superficie es directamente proporcional a la intensidad luminosa del foco —manantial de luz— emisor y al coseno del ángulo formado por el rayo incidente con la normal a la superficie; e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de la superficie al foco emisor. (En esta ecuación se funda la fotometría —medida de intensidades luminosas de focos luz).

Unidades

Las unidades de iluminación son: el lux o bujía-metro y el phot o bujía-centímetro; los ingleses usan el foo-candlle (bujía-pie).

Lux se define a partir de la ecuación de definición (I) como lumen/m² y a partir de la ecuación de la inversa de los cuadrados (II) como bujía-metro.

$$1 \text{ lux} = 1 \text{ lumen}/1 \text{ m}^2 = 1 \text{ bujía}/1^2 \text{ metro}$$

Lux es la iluminación producida por el flujo de un lumen sobre una superficie de un metro cuadrado.

Lux es la iluminación producida por un foco uniforme de intensidad igual a una bujía decimal, en una superficie esférica situada a un metro de distancia, estando el foco situado en el centro de la esfera. ($R = 1^2 = 1$ metro).

Foot es la iluminación producida por un foco uniforme de intensidad igual a una bujía decimal, en una superficie esférica situada a un centímetro de distancia. (Radio $= 1^2 = 1$ cm).

Foot-candlle es la iluminación producida por un foco uniforme de intensidad igual a una bujía decimal, en una superficie esférica situada a un pie de distancia. (Radio $= 1^2 = 1$ pie).

De la ecuación (II) deducimos:

$$1 \text{ lux} = \frac{1 \text{ bujía}}{1^2 \text{ metro}} = \frac{1 \text{ bujía}}{100^2 \text{ cm}} = 10^{-4} \text{ bujía/cm} = 10^{-4} \text{ foot}$$

$$1 \text{ foot} = 10^4 \text{ lux}$$

$$1 \text{ foot-candlle} = \frac{1 \text{ bujía}}{1^2 \text{ pie}} = \frac{1 \text{ bujía}}{0{,}3048^2 \text{ m}} = \frac{1 \text{ bujía}}{0{,}0929 \text{ m}} = 10{,}76 \text{ lux}$$

Equivalencia

Lux	1 lux	=	1 bujía/ metro = 10^{-4} lux
»	1 lux	=	1 lumen/m²
Foot	1 foot	=	1 bujía/cm
»	1 foot	=	10^4 lux
Foot-candlle	1 foot-candlle	=	10,76 lux

§ D.—*Radiancia* de un manantial de luz, de superficie cualquiera, es el flujo luminoso emitido, en todas las direcciones (semiesfera), por la unidad de superficie de dicho manantial, en la unidad de tiempo.

(Cuando el manantial es puntiforme el flujo luminoso total que emite se reparte en las direcciones de una esfera, y si el manantial es superficial el flujo luminoso total que emite se reparte solamente en las direcciones de una semiesfera).

Ecuación de definición $$R = \frac{\Phi}{S} \qquad \text{(I)}$$

(R = radiancia; Φ flujo luminoso total radiado o emitido por un manantial luminoso de superficie S).

Esta magnitud es homogénea a la magnitud iluminación con una diferencia manifiesta ya que mientras iluminación es flujo luminoso recibido por la unidad de área de la superficie de un cuerpo cualquiera, radiancia es flujo luminoso emitido por unidad de área de una superficie manantial de luz.

Las unidades de radiancia son el lambert o lumen por centímetro cuadrado (unidad homogénea al foot) y el lumen por metro cuadrado unidad homogénea al lux).

Unidades

Lambert se define a partir de la ecuación de definición; es la radiancia de un cuerpo manantial de luz que emite en todas las direcciones (semiesfera) un flujo luminoso de un lumen por centímetro cuadrado.

Equivalencia

Lambert 1 lambert (<>foot)= 1 lumen/cm^2 = 10^4 lumen/m^2 <> lux)

§ E.—*Brillo.* Cuando los manantiales luminosos artificiales empleados en la técnica de la iluminación eran puntiformes (bujías esteáricas, lamparillas de aceite y de alcohol, lámparas de petróleo, lámparas de incandescencia desnudas, etc.), bastaba la magnitud intensidad luminosa para cálculos de iluminación mediante la ecuación de la inversa de los cuadrados (II § C); pero modernamente los manantiales luminosos empleados no son puntiformes, sino extensos (bombillas esmeriladas, tubos fluorescentes —Neón—, etc.) y, por ello, para cálculos de iluminación no sirve la intensidad luminosa ya que no podemos situar el foco como vértice de ángulo sólido, por ello hubo necesidad de considerar la intensidad luminosa referida a la unidad de superficie del foco emisor, y a la unidad de ángulo sólido, habiéndose dado a esta moderna magnitud el nombre de brillo. Esta magnitud valora la claridad de visión.

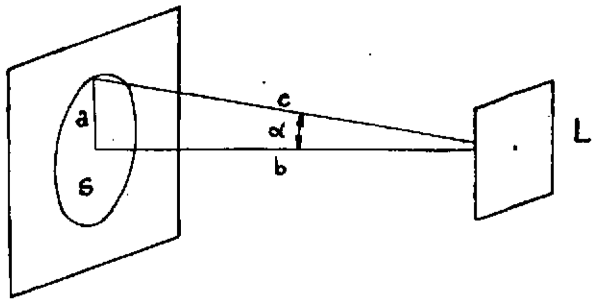
Ecuación de definición $$B = \frac{I}{S} \qquad \text{(I)}$$

(B = brillo; I = intensidad luminosa en una dirección determinada; S = superficie del manantial luminoso).

La ecuación de la inversa de los cuadrados para los manantiales extensos se convierte en:

$$A = B \pi \operatorname{sen}^2 \alpha \qquad \text{(II)}$$

Deducción: supongamos un disco de vidrio esmerilado manantial de luz de superficie S que ilumina una pantalla (L) perpendicular al eje del disco y a suficiente distancia para que el disco pueda considerarse como manantial puntiforme.



La iluminación en cualquier punto del eje del disco, sobre la superficie (L) perpendicular a dicho eje, vendrá dada por la ecuación (II).
En efecto, $S = \pi a^2$, $a = c \operatorname{sen} \alpha$ $a^2 = c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = (a^2 + b^2) \operatorname{sen}^2 \alpha$

$\operatorname{sen}^2 \alpha = \dfrac{a^2}{a^2+b^2}$. Sustituyendo en (II) $A = B\pi \dfrac{a^2}{a^2+b^2} = \dfrac{B\,S}{a^2+b^2} = \dfrac{I}{a^2+b^2}$

a distancia suficiente para que a^2 sea despreciable respecto a b^2 quedará:

$A = \dfrac{I}{b^2}$, ecuación de iluminación del manantial puntiforme

El brillo y la radiancia están íntimamente relacionados.

El brillo es respecto a la intensidad luminosa (§ E-I), lo que la radiancia es respecto al flujo luminoso (§D-I); la ecuación que relaciona flujo total (lumen) e intensidad luminosa (bujías) es:

$$\Phi = 4 \pi I$$

De modo análogo la ecuación que relaciona radiancia (semiesfera) y brillo es: $R = \pi B$

Las unidades de brillo son el Stilb o bujía por centímetro cuadrado, la bujía por centímetro cuadrado y la bujía por metro cuadrado.

Unidades

Stilb se define a partir de la ecuación de definición; es el brillo de un manantial extenso de intensidad de una bujía por centímetro cuadrado; también podemos definirle como el brillo de un manantial extenso que emite el flujo de un lumen por centímetro cuadrado y por ángulo sólido unidad.

Equivalencia

$R = \pi B$	1 Lambert	$= \pi$ Stilb $= 3{,}14$ stilb
Stilb	1 stilb	$= 1$ bujía/cm^2 $= 10^4$ bujías/m^2
»	1 stilb	$= 1/\pi = 0{,}318$ lambert

§ F.—*Convergencia* o potencia de un sistema óptico (lente o espejo) es el valor de la inversa de su distancia focal.

Ecuación de definición $C = \dfrac{1}{f}$ (I)

C = potencia o convergencia del sistema óptico (lente o espejo); f=distancia focal o longitud focal (distancia del foco al centro óptico de la lente, o al centro de figura del espejo).

De la ecuación de definición deducimos que un sistema óptico es tanto más potente cuanto más corta es su distancia focal.

El Congreso médico internacional celebrado en Bruselas en el año 1875 acordó adoptar como unidad práctica de potencia (defectos de la visión —lentes—) la dioptría, llamando poder dióptrico o potencia en dioptrías a la inversa de la distancia focal expresada en metros.

Las dioptrías, lo mismo que las distancias focales, son positivas para las lentes convergentes y espejos cóncavos y negativos para las lentes divergentes y espejos convexos. Vienen relacionadas con la distancia del objeto a la lente o al espejo d, y la distancia de la imagen a la lente o al espejo d′, por la fórmula de los focos conjugados o ecuación de Gauss:

Ecuación de Gauss $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{f}$ (II)

y tomando convergencias $D + D' = C$ (III)

por:

Unidades

Dioptría se define a partir de la ecuación de definición (I); es la potencia o convergencia de un dióptrico que tiene por distancia focal un metro.

Equivalencia

Ejemplos: a) una lente convergente de 5 dioptrías tiene de distancia focal 20 centímetros; b) una lente cuya distancia focal sea 25 cm tiene de potencia 4 dioptrías; en efecto de la ecuación de definición (I).

a) $f = 1/C = 1/5 = 0{,}2$ m $= 20$ cm.

b) $c = 1/f = 1/25$ cm $= 1/0{,}25$ m $= 4$ dioptrías.

VI

MAGNITUDES Y UNIDADES ELECTRICAS Y MAGNETICAS

11.—Sistemas de unidades eléctricas.—Unidades fundamentales.—Ecuaciones fundamentales.—Ecuaciones dimensionales.—Número de Maxwell.—Unidades internacionales

Los sistemas más empleados para la medición de las magnitudes magnéticas, eléctricas y electromagnéticas son: el cegesimal, el práctico y el Giorgi; recientemente el profesor alemán Mie ha introducido un nuevo sistema que lleva su nombre.

Otra división íntimamente relacionada con la anterior es en sistema electrostático y sistema electromagnético.

El *sistema cegesimal* tiene como unidades fundamentales, comunes con mecánica, el centímetro (de longitud); el gramo (de masa material), y el segundo (de tiempo). Como cuarta magnitud fundamental de carácter eléctrico una constante de proporcionalidad: constante dieléctrica en el electrostático, y permeabilidad magnética en el electromagnético.

El *sistema electrostático* tiene como ecuación fundamental la ecuación de Coulomb de electrostática.

Ecuación de Coulom $$F = \pm K \frac{q\, q'}{r^2}$$

«La fuerza central de atracción o repulsión entre dos cargas electrizadas es directamente proporcional al producto de estas cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa». (Atracción si las cargas son de signo contrario y repulsión si las cargas son del mismo signo).

La constante de proporcionalidad K en el sistema electrostático C. G. S. se hace igual a la unidad. Esta constante está relacionada con la constante dieléctica del medio (ε) por la ecuación $K = 1/4\pi\varepsilon$.

Sustituyendo el valor de K en la ecuación de Coulomb tenemos:

$$F = \frac{q\, q'}{4\, \pi\, \varepsilon\, r^2}$$

Si llamamos ε_0 a la constante dieléctrica del vacío ésta valdrá, para $K = 1$:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{1}{4\, \pi}$$

La colocación del factor $4\,\pi$ difiere de unos autores a otros; cuando aparece en la ecuación de Coulomb, la ecuación de la capacidad de un condensador plano toma la expresión $C = \frac{\varepsilon\, s}{r}$, y por el contrario si aparece en esta ecuación $C = \frac{\varepsilon\, s}{4\, \pi\, r}$, la ecuación de Coulomb toma la expresión $F = \frac{q\, q'}{\varepsilon\, r^2}$. Como en la práctica se utiliza la ecuación del condensador con mucha más frecuencia que la de Coulomb, hay ventaja en colocar el factor $4\,\pi$ en esta última.

De la ecuación de Coulomb (suponiendo $q = q'$ y el dieléctrico el vacío) se deduce la ecuación dimensional de carga eléctrica:

$$q^2 = F\, r^2 = (M\, L\, T^{-2})\, L^2 = M\, L^3\, T^{-2} \qquad [q] = [M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}]$$

En función de estas dimensiones se obtienen las ecuaciones dimensionales del sistema electrostático. Ejemplo: ecuación dimensional electrostática de potencial.

$$V = \frac{W}{q} = q^{-1}\, W = (M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1})^{-1}\, (M\, L^2\, T^{-2}) = M^{1/2}\, L^{1/2}\, T^{-1}$$

El *sistema electromagnético* tiene como ecuación fundamental la ecuación de la 2.ª ley de Laplace del electromagnetismo.

Ecuación de Laplace: $F = B\, i\, l\, \text{sen}\, \alpha = H\, \mu\, i\, l\, \text{sen}\, \alpha = \frac{m\, i\, l}{r^2}\, \text{sen}\, \alpha$

«La fuerza con que un campo magnético atrae a un conductor que transporta una corriente eléctrica, es directamente proporcional a la permeabilidad magnética del medio μ; a la intensidad magnética del campo H; a la intensidad de la corriente transportada por el conductor i; a la longitud de éste l, y al seno del ángulo formado por las direcciones del vector campo y del conductor».

De la ec. de Laplace llegamos a la ecuación dimensional de la intensidad; deduciendo previamente las dimensiones de masa magnética, que se obtienen de la ecuación de Coulomb del magnetismo, de modo análogo a como obtuvimos las de la carga eléctrica.

$$(m = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$$

$$i = \frac{F r^2}{m l} = \frac{F L}{m} = \frac{(M L T^{-2}) L}{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$$

$$[i] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]$$

En función de estas dimensiones se obtienen las ecuaciones dimensionales del sistema electromagnético. Ejemplo: ecuación dimensional electromagnética de potencial.

$$V = \frac{W}{q} = \frac{W}{i t} = \frac{M L^2 T^{-2}}{(M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}) T} = M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$$

Comparando estas dimensiones (sistema electromagnético) con las obtenidas anteriormente (sistema electrostático) observamos que no son iguales; pero si bien en ambos sistemas una misma magnitud eléctrica tiene distintas dimensiones, al dividir unas por otras se obtiene siempre como cociente la ecuación dimenisonal de la magnitud velocidad. Así dividiendo, en nuestro ejemplo, las dimensiones electromagnéticas por las dimensiones electrostáticas tenemos:

$$\frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}}{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}} = L T^{-1} = [V]$$

Los estudios de Maxwell «teoría electromagnética de la luz», buscando la relación entre las energías eléctrica, magnética y luminosa, han demostrado que esta velocidad es precisamente la de la luz:

$$V = C = 3 \,.\, 10^{10} \text{ cm} \,.\, \text{seg}^{-1}$$

Al número C se le conoce con el nombre de *número de Maxwell.*

Conocido su valor numérico quedará determinado el de la relación de dimensiones y como consecuencia el de la relación entre las unidades de ambos sistemas.

Como los valores numéricos que resultan de medir una misma magnitud-cantidad con unidades distintas están en razón inversa de los valores de éstas, la relación numérica entre las unidades de la misma especie electromagnéticas y electrostáticas serán precisamente la inversa de la que existe entre las ecuaciones dimensionales.

Así tenemos en nuestro ejemplo:

$$\frac{\text{u e m}}{\text{u e s}} = \frac{1}{C} \qquad 1 \text{ ues de potencial} = C \text{ uem} = 3 \,.\, 10^{10} \text{ uem de potencial.}$$

El *sistema práctico* es electromagnético y tiene como unidades fundamentales el centímetro nueve (10^9 cm $= 10^7$ m, aproximadamente igual al cuadrante del meridiano terrestre) de longitud; el gramo menos once (10^{-11} g. o picodecagramo) de masa material; el segundo de tiempo, y como cuarta magnitud fundamental una constante de proporcionalidad electromagnética.

Mediante las ecuaciones dimensionales electromagnéticas hallaremos la equivalencia entre las unidades prácticas y cegesimales. Ejemplo equivalencia entre el voltio y la u.e.m. C G S de potencial:

Sistema $= [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-2}]$

c. g. s. u e m $= g^{1/2}\ cm^{3/2}\ se^{-2} = 1$ u e m

Práctico voltio $= (10^{-11})^{1/2}\ g^{1/2}\ (10^9)^{3/2}\ cm^{3/2} l\ seg^{-2} = 10^8$ u. e. m.

1 voltio $= 10^8$ u. e. m. de potencial

Como conocemos la relación entre las unidades cegesimales electromagnéticas y electrostáticas (número de Maxwell), deduciremos fácilmente la relación entre el sistema práctico y el cegesimal electrostático. Así en nuestro ejemplo tenemos:

Si 1 u.e.s. de potencial $= C$ u.e.m $= 3.10^{10}$ u.e.m. de potencial

$$1 \text{ voltio} = 10^8 \text{ u e m} = 10^8 : 3.10^{10} \text{ u e s} = \frac{1}{300} \text{ u e s de potencial}$$

Con el fin de poder materializar las unidades prácticas sancionadas por el uso y poder disponer de patrones de las mismas fueron adoptadas por los Congresos Internacionales Electricistas de Chicago y Londres las *unidades internacionales*.

Como el sistema práctico parte de cuatro ecuaciones con 5 incógnitas para resolverle hay que dar a una de las unidades un valor arbitrario, unidad patrón, y en función de él resolver el sistema y definir las demás.

El sistema de ecuaciones es el siguiente:

$q = i\,t$	$V = i\,R$	$W = V\,i\,t$	$C = q : V$
Ley de Pouillet	Ley de Ohm	Ley de Joule	Ley de capacidad

Las cinco incógnitas son:

i = amperio (intensidad), R = ohmio (resistencia), V = voltio (potencial, tensión o voltaje), q = coulombio (carga), C=faradio (capacidad).

La elegida arbitrariamente es el ohmio internacional o el amperio internacional.

Ohmio internacional es la resistencia que ofrece al paso de una corriente eléctrica constante, una columna de Hg de masa 14,4521 g de sección constante y de longitud 106,3 cm; a la temperatura de 0° C.

Amperio internacional es la intensidad constante de una corriente que en un segundo deposita en el cátodo 1,118 mg. de Ag por electrólisis de una solución de NO_3Ag.

Las demás unidades internacionales se definen mediante sus ecuaciones de definición escogidas del sistema. Así tenemos por ejemplo:

Faradio internacional es la capacidad de un conductor que cargado con un coulombio internacional, adquiere el potencial de un voltio internacional.

El *sistema Giorgi* tiene como magnitudes fundamentales longitud, masa material, tiempo y cantidad de electricidad, y las correspondientes undades fundamentales metro, kilogramo, segundo y coulombio.

Este sistema está llamado a ser sistema Universal.

El sistema Giorgi al tener la carga eléctrica como magnitud fundamental, las dimensiones de cualquier magnitud eléctrica o magnética vendrán en función de M. L. T. y Q.

Ejemplo: dimensiones de la magnitud potencial:

$$V = \frac{W}{q} = [F\ L]\ Q^{-1} = M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}$$

A partir de las ecuaciones dimensionales deducimos la equivalencia entre las unidades Giorgi y las unidades cegesimales electrostáticas o electromagnéticas, sabiendo que 1 coulombio es igual a $3 \cdot 10^9$ u e s y a 10^{-1} u e m de carga.

En el ejemplo anterior tendremos:

$$\text{Sistema } [V] = [M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}]$$

$$\text{c g s u e s} = g\ cm^2\ seg^{-2}\ u\,e\,s^{-1} = 1 \text{ u e s de potencial}$$

$$\text{Giorgi voltio} = Kg\ m^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^3\ g\ (10^2)^2\ cm^2\ 1\ seg^{-2}\ (3 \cdot 10^9)^{-1}\ ues^{-1} = \frac{1}{300} u\,e\,s$$

$$\text{c g s u e m} = g\ cm^2\ seg^{-2}\ u\,e\,m^{-1} = 1 \text{ u e m de potencial}$$

$$\text{Giorgi voltio} = Kg\ m^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^3\ g\ (10^2)^2\ cm^2\ 1\ seg^{-2}\ (10^{-1})^{-1}\ u\,e\,m^{-1} = 10^8\ u\,e\,m$$

$$1 \text{ voltio} = 10^8 \text{ u e m de potencial} = \frac{1}{300} \text{ u e s de potencial}$$

En la ecuación de Coulomb el valor de la constante de proporcionalidad para el sistema Giorgi vale $K = 9 \times 10^9$, y la constante dieléctrica para el vacío es $\varepsilon = \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi 9 . 10^9}$

$$F = K \frac{Q Q'}{r^2} = \frac{Q Q'}{4\pi \quad r^2} = \frac{9 . 10^9 Q Q'}{r^2}$$

El *sistema Mie* tiene como unidades fundamentales el centímetro de longitud, el gramo siete (10^7 g) de masa material, el segundo de tiempo y el coulombio de carga eléctrica.

De las ecuaciones de energía mecánica y eléctrica deducimos la ecuación de fuerza eléctrica.

$$W = F . l \quad \text{(energía mecánica)}$$
$$W = Q . v \quad \text{(energía eléctrica)}$$
$$F = \frac{Q v}{l} \quad \text{(fuerza eléctrica)}$$

La unidad de fuerza eléctrica del sistema Mie es el sthen que equivale al $\dfrac{\text{coulombio . voltio}}{\text{centímetro}}$

Como el Newton, unidad de fuerza del sistema Giorgi, equivale al $\dfrac{\text{coulombio . voltio}}{\text{metro}}$ deducimos que un sthen es igual a 100 newton $= 10^7$ dinas.

De la igualdad F l = Q V deducimos

Giorgi y Mie	Julio	= coulombio . voltio
Giorgi	Julio	= newton . metro $= 10^5$ dina . 10^2 cm $= 10^7$ ergios
Mie	Julio	= sthen . cm = 10^7 dinas . 1 cm = 10^7 ergios

Empleando ecuaciones dimensionales llegamos al mismo resultado.

Fuerza y trabajo:

$F = m . a = M L T^{-2} \qquad W = F . e = [M L T^{-2}] L = M L^2 T^{-2}$

Sistema	[F]	= [M L T^{-2}]
c g s	dina	= g cm seg^{-2} = 1 dina
Giorgi	newton	= Kg m seg^{-2} = 10^3 g . 10^2 cm . 1 seg^{-2} = 10^5 dinas
Mie	sthen	= 10^7 g cm seg^{-2} = 10^7 dinas = 100 newton

Sistema $[W] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

$c\,g\,s$ ergio $= g\ cm^2\ seg^{-2} = 1$ ergio

Giorgi julio $= Kg\ m^2\ seg^{-2} = 10^3\ g\ (10^2)^2\ cm^2 . 1^{-2}\ seg^{-2} = 10^7$ ergios

Mie julio $= 10^7\ g\ cm^2\ seg^{-2} = 10^7$ ergios

Diferencia de potencial

$$V = \frac{W}{Q} = F\ l\ Q^{-1} = M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}$$

Sistema $[V] = [M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}]$

$c\,g\,s$ u e s $= g\ cm^2\ seg^{-2}$ u e $s^{-1} = 1$ u e s de potencial

Giorgi voltio $= Kg\ m^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^3\ g\ (10^2)^2\ cm^2\ 1\ .\ seg^{-2}\ .$

$.\ (3\ .\ 10^9)^{-1}$ u e s $= \dfrac{1}{300}$ u e s de potencial.

Mie voltio $= 10^7\ g\ .\ cm^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^7\ g\ .\ 1\ cm^2\ .\ 1\ seg^{-2}\ .$

$.\ (3\ .\ 10^9)^{-1}$ u e s $= \dfrac{10^7}{3\ .\ 10^9} = \dfrac{1}{300}$ u e s de potencial.

Sistema $[V] = [M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}]$

$c\,g\,s$ u e m $= g\ cm^2\ seg^{-2}$ u e m^{-1} = u e m de potencial

Giorgi volt $= Kg\ m^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^3\ g\ 10^4\ cm^2\ .\ 1\ seg^{-2}$

$(10^{-1})^{-1}$ u e m $= 10^8$ u e m de potencial

Mie voltio $= 10^7\ g\ cm^2\ seg^{-2}\ coul^{-1} = 10^7\ g\ cm^2\ .\ seg^{-2}$

$(10^{-1})^{-1}$ u e $m^{-1} = 10^8$ u e m de potencial.

12.—Cuadro de unidades eléctricas de electrostática y electrodinámica.—Unidades internacionales.—Equivalencias.

§ A.—*Carga o masa eléctrica* es la cantidad de electricidad que un cuerpo posee «electricidad estática» o que por un conductor circula «electricidad dinámica».

La teoría atómico molecular de la materia nos enseña que ésta es discontinua y limitada. El límite de divisibilidad de la materia por procedimientos químicos es el átomo.

El átomo es complejo estando formado por corpúsculos materiales, protones y neutrones, empaquetados en un núcleo central, y corpúsculos de masa electromagnética, electrones, girando en órbitas extranucleares. Los protones tienen carga eléctrica positiva, y los electrones carga eléctrica negativa, siendo todo átomo, sin excitar, eléctricamente neutro, ya que tiene igual número dè protones que de electrones.

La electricidad se encuentra por lo tanto latente en la misma materia «teoría electrónica de la materia» y al igüal que ésta, es discontinua y limitada. El límite o cuantun de electricidad es precisamente la cantidad de electricidad que posee el protón y el electrón, teniendo los dos el mismo valor y signo contrario.

Millikan midió experimentalmente la carga del electrón. Su valor es el siguiente:

$$e = 4{,}80 \cdot 10^{-10} \text{ u e s} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ coulombios}$$

La electricidad estática puede ser positiva por pérdida de electrones del cuerpo frotado, ejemplo el vidrio, y negativa por adsorción de electrones por el cuerpo frotado, ejemplo la resina.

La electricidad dinámica o «corriente eléctrica» es siempre negativa.

Los electrones propios del conductor circulan a través del mismo cuando se establece en sus extremos una diferencia de potencial.

Ecuaciones de definición

$$F = \frac{q\,q'}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^2} \quad (1)$$

Ec. de Coulomb

$$q = i\,t \quad (2)$$

Ec. de Pouillet

Para el sistema cegesimal electrostático, si el dialéctrico es el vacío

$\varepsilon = \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\,\pi}$ y la ecuación de Coulomb: $F = \dfrac{q\,q'}{r^2}$

Si $q = q' = 1$ ues y $r = 1$ cm; F valdrá la unidad cegesimal, $F = 1$ dina

Para el sistema Giorgi la constante dieléctrica del vacío vale

$\varepsilon = \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\,\pi\,9\,.\,10^9}$, de donde la ecuación de Coulomb: $F = \dfrac{9\,.\,10^9\,.\,Q\,Q'}{r^2}$

Si $q = q' = 1$ coulombio, y $r = 1$ m; F valdrá $9\,.\,10^9$ newtons.

Si en la ecuación de Pouillet (2), ecuación de electrodinámica, hacemos, sistema cegesimal, $t = 1$ segundo, y $i = 1$ u. e. m. de intensidad; q valdrá una u. e. m. de carga eléctrica.

En el sistema práctico si hacemos en la ecuación de Pouillet (Ec. 2); $t = 1$ segundo, e $i = 1$ amperio; q valdrá un coulombio.

Unidades

Unidad electrostática de cantidad de electricidad o masa eléctrica, unidad cegesimal, es la masa eléctrica que puesta en el vacío frente a otra igual y a la distancia de un centímetro, la repele con la fuerza de una dina. (Ec. 1). Para esta unidad se propuso el nombre de franklin.

Unidad electromagnética de cantidad de electricidad, unidad cegesimal, es la cantidad de electricidad transportada por una corriente de una u. e. m. de intensidad, en un segundo. (Ec. 2).

Coulombio, unidad Giorgi, es la masa eléctrica que puesta en el vacío, frente a otra igual y a la distancia de un metro, la repele con la fuerza de $9\,.\,10^9$ newtons. (Electrostática) (Ec. 1).

Coulombio es la cantidad de electricidad transportada por una corriente de un amperio, en un segundo. (Electrodinámica). Unidad del sistema práctico vale 10^{-1} u. e. m. C. G. S. (Ec. 2).

Coulombio inernacional es la cantidad de electricidad transportada por una corriente de un amperio internacional, en un segundo.

El coulombio se toma como fundamental en el sistema Giorgi y se materializa mediante el fenómeno de la electrolisis; es la cantidad de electricidad que tiene que atravesar una solución electrolítica de nitrato de plata para que se deposite en el cátodo 1,118 mg de plata (equivalente electroquímico).

La cantidad de electricidad que deposita el equivalente químico de cualquier electrolito es siempre la misma y se llama constante o número de Faraday; su valor es:

$$1 \text{ Faraday} \simeq 96.500 \text{ coul.}$$

Otra unidad de carga es el amperio-hora que vale:

1 amperio-hora = 1 amperio . 3600 seg = 1 coulombio/seg . 3600 seg = = 3600 coulombios.

Ecuación dimensional electrostática $[Q] = [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}]$

Deducción: (ver 11).

Ecuación dimensional electromagnética $[Q] = [M^{1/2}\ L^{1/2}]$

Deducción: [Ecuación fundamental $i = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$]

$$Q = i\ t = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]\ T = M^{1/2}\ L^{1/2}$$

Ecuación dimensional Giorgi [Q] (es fundamental).

Razón de dimensiones y de unidades (*N. de Maxwell*):

$$\frac{\text{Dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{M^{1/2}\ L^{1/2}}{M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}} = L^{-1}\ T = \frac{1}{C}$$

$$\frac{\text{u. e. m.}}{\text{u. e. s.}} = C = 3\ .\ 10^{10}\ \text{cm}\ .\ \text{seg}^{-1}$$

1 u.e.m. = C u.e.s. de carga = $3\ .\ 10^{10}$ flanklin

1 coulombio = $3\ .\ 10^{9}$ u.e.s = 10^{-1} u.e.m. de carga eléctrica.

Equivalencia

Faraday	1 faraday = 96.500 coulombios
Amperio-hora	1 amperio-hora = 3600 coulombios = = 360 u.e.m.
Coulombio	1 coulombio = $3 . 10^{9}$ u.e.s. = 10^{-1} u.e.m. $\simeq 6\ .\ 10^{18}$ electrones
Unidad electromagnética	1 u.e.m. = $3\ .\ 10^{10}$ u.e.s. = 10 coul.
Unidad electrostática	1 u.e.s = $\dfrac{1}{3 . 10^{10}}$ u.e.m = $\dfrac{1}{3 . 10^{9}}$ coulombios

cuantun [electrón(−); protón(+)] 1 e = $4{,}80 . 10^{-10}$ ues = $1{,}60 . 10^{-19}$ coul.

§ B.—*Intensidad en un punto de un campo de fuerzas eléctricas,* creado por una carga cualquiera, es la fuerza con que el campo actúa sobre la unidad de carga eléctrica positiva situada en dicho punto.

Ecuaciones de definición

$$E = \frac{q}{4 \pi \varepsilon r^2} \quad (1) \qquad\qquad E = \frac{F}{Q} \quad (2)$$

Si en la ecuación de Coulomb de electrostática (ver § A) $q^2 = 1$; tendremos para valor de la intensidad del campo creado por la carga q, el valor (1); sustituyendo el valor (1) en la ecuación de Coulomb tendremos:

$$F = E\, q' \text{ y en general } E = \frac{F}{Q} \quad (2)$$

La unidad C.G.S. electrostática de campo es la dina/franklin.

La unidad Giorgi de campo es el voltio/mtro o newton/coulombio.

$$[E = \frac{F}{Q} = \frac{F\,L}{Q\,L} = \frac{W}{Q\,L} = \frac{V}{L} = \text{voltio/metro}]$$

Ecuación dimensional electrostática $[E] = [M^{1/2}\, L^{-1/2}\, T^{-1}]$.

Deducción:

$$E = \frac{F}{Q} = F\, Q^{-1} = [M\, L\, T^{-2}]\, [M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}]^{-1} = M^{1/2}\, L^{-1/2}\, T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[E] = [M\, L\, T^{-2}\, Q^{-1}]$

Deducción:

$$E = \frac{F}{Q} = F\, Q^{-1} = M\, L\, T^{-2}\, Q^{-1}$$

Equivalencia

$$1 \text{ voltio/metro} = 1 \text{ Newton/coulombio} = \frac{10^5 \text{ dinas}}{3 \,.\, 10^9 \text{ ues}} =$$

$$= \frac{1}{3 \,.\, 10^4} \text{ dina/franklin.}$$

§ C.—*Flujo de un campo eléctrico* a través de una superficie es el producto escalar del vector intensidad por el vector superficie (1) (Faraday materializa el flujo de un campo a través de una superficie por el número total de líneas de fuerza que pasan por dicha superficie, y la intensidad por el número que pasa por superficie unidad).

Ecuación de definición $\Phi = E\ S \cos \alpha$ (1) $\Phi = E\ S$ (2)

Si la dirección del campo coincide con el vector superficie ($\alpha = 0$) tenemos (2).

Unidades.

La unidad C.G.S. electrostática de flujo es la $\dfrac{\text{dina . cm}^2}{\text{flanklin}}$ (no se usa)

La unidad Giorgi de flujo es el voltio x metro.

$$\left[\Phi = E\ S = \frac{F}{Q} L^2 = \frac{V . Q}{Q} L = V\ L = \text{voltio x metro}\right]$$

Ecuación dimensional electrostática $[\Phi] = [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}]$

Deducción

$$\Phi = E\ S = \frac{F}{Q} L^2 = Q^{-1}\ L^2\ (M\ L\ T^{-2})$$

$$[\Phi] = (M\ L^3\ T^{-2}) \quad (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})^{-1} = M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\Phi] = [M\ L^3\ T^{-2}\ Q^{-1}]$

Deducción

$$\Phi = E\ S = L^2 \frac{F}{Q} = L^2\ Q^{-1}\ (M\ L\ T^{-2}) = M\ L^3\ T^{-2}\ Q^{-1}$$

§ D.—*Densidad eléctrica* es la carga que existe en la unidad de superficie.

Ecuación de definición $D = \dfrac{Q}{S}$ (1)

(En mecánica $D = M : V$; pero en electricidad se toma superficie por volumen, debido a que la carga eléctrica se localiza siempre en la superficie exterior de los conductores).

Ecuación dimensional electrostática $[D] = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]$

Deducción

$$D = \frac{Q}{S} = Q\ L^{-2} = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L^{-2} = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[D] = [L^{-2}\ Q]$

Deducción

$$D = \frac{q}{S} = L^{-2}\ Q$$

Unidades.

La unidad C.G.S. electrostática de densidad es el franklin por cm^2 (1 u.e.s/1 cm^2).

La unidad Giorgi de densidad es el coulombio por metro cuadrado. (1 coul/1 m^2).

Equivalencia

$$1 \text{ coulombio}/m^2 = \frac{3 \,.\, 10^9 \text{ u.e.s.}}{(10^2)^2 \text{ cm}^2} = 3 \,.\, 10^5 \text{ franklin}/cm^2$$

§ E.—*Potencial de Campo.—Diferencia de potencial.—Fuerza electromotriz.*—Potencial en un punto de un campo eléctrico, es el trabajo que hay que realizar para trasladar la unidad de carga positiva desde el infinito al punto. Viene dado por la ecuación (Ec. 1) en que Q es la carga creadora del campo y r la distancia del punto a la carga.

Diferencia de potencial entre dos puntos de un campo (electrostática) o entre dos puntos de un conductor (electrodinámica) es el trabajo que hay que realizar para trasladar la unidad de carga positiva de un punto a otro; del punto de mayor potencial al punto de menor potencial (Ec. 2). Se representa abreviadamente por d.d.p.

Diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor (electrodinámica) es el producto de la resistencia eléctrica del conductor por la intensidad de corriente que circula por el mismo. Para un mismo conductor la resistencia eléctrica prácticamente es constante, siendo la d.d.p. directamente proporcional a la intensidad de la corriente. (Ec. 3).

Para que a través de un conductor metálico (circuito eléctrico) pase una corriente, esto es, sus propios electrones se muevan, es necesario que entre los extremos del conductor exista una d.d.p o desnivel eléctrico, y como el paso de electrones tiende a igualar los potenciales extremos para mantener el movimiento electrónico, esto es, para que la corriente sea constante, es necesario que persista el desnivel eléctrico o d.d.p.; llamándose fuerza electromotriz a la causa que crea y mantiene dicha d.d.p. (la energía creadora de la fuerza electromotriz se llama energía eléctrica, ver § J). La fuerza electromotriz se representa abreviadamente por f.e.m. y se mide en las mismas unidades que la d.d.p. (La corriente eléctrica va en sentido contrario al movimiento electrónico —convenio histórico).

Podemos establecer la siguiente cadena de causas a efectos:

F.e.m. motiva una d.d.p. y d.d.p. motiva una corriente eléctrica.

Ecuación de definición

$$V = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r} \quad (1) \qquad V - V' = \frac{W}{Q} \quad (2) \qquad V = I\,R \quad (3)$$

$$U = I\,(R + r) \qquad (4)$$

Si en la ecuación (Ec. 4) ley de Ohm generalizada operamos:

$U = I\,(R + r) = I\,R + I\,r$ $\quad$ $I\,R = U - I\,r$ $\quad$ y según (Ec. 3),

$V = U - I\,r$ $\quad$ para $I = 0$ $\quad$ $V = U$.

La d.d.p. en los bornes de un generador es igual a su f.e.m. menos la caída ohmica de tensión dentro del generador y para circuito abierto ($I = 0$) la d.d.p. en los bornes nos mide su f.e.m. (La f.e.m., por lo tanto, tendrá la misma ecuación dimensional y se medirá en las mismas unidades que la d.d.p.).

Unidades

Unidad electrostática de potencial, unidad C.G.S., es el potencial de un punto de un campo eléctrico tal que para trasladar la u.e.s. de carga positiva desde el infinito (potencial cero) a dicho punto se precisa realizar el trabajo de un ergio.

Unidad electrostática de diferencia de potencial, unidad C.G.S., es la d.d.p. entre dos puntos de un campo, cuando al trasladar de uno a otro la u.e.s. de carga positiva, se precisa realizar el trabajo de un ergio (Ec. 2).

Unidad electromagnética de diferencia de potencial, unidad C.G.S., es la caída de potencial entre dos puntos de un conductor necesaria para que la u.e.m. de cantidad de electricidad realice el trabajo de un ergio (E. 2).

Voltio, unidad Giorgi, es la d.d.p. entre dos puntos de un campo eléctrico o de un conductor tales que para trasladar de uno a otro la carga de un coulombio se precisa realizar el trabajo de un julio. (Ec. 2).

Voltio es la f.e.m. que crea y mantiene una d.d.p. necesaria para que circule una corriente de un amperio de intensidad por un conductor que ofrece al paso de la misma un ohmio de resistencia. (Ec. 3). (Unidad del sistema práctico vale 10^8 u.e.m. C.G.S.).

Voltio internacional es la f.e.m. que crea y mantiene una d.d.p. necesaria para que circule una corriente de un amperio internacional por un conductor de resistencia igual a un ohmio internacional. Es igual a la fracción 1 : 1,01865 de la f.e.m. suministrada por la pila patrón Weston, elemento normal de cadmio, a la temperatura de 20° C.

Ecuación dimensional electrostática $[V] = [M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1}]$

Deducción

$$V = \frac{W}{Q} = Q^{-1}\,(F\,L) = (M^{1/2}\,L^{3/2}\,T^{-1})^{-1}\,(M\,L\,T^{-2}\,L) = [M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1}]$$

Ecuación dimensional electromagnética $[V] = [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-2}]$
Deducción (Ec. fundamental $i = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$) (ver 11)

$$V = \frac{W}{I\,t} = M\ L^2\ T^{-2}\ (M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}\ T)^{-1} = M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-2}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[V] = [M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}]$
Deducción

$$V = \frac{W}{Q} = Q^{-1}\ (F\ L) = M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}$$

Razón de dimensiones y de unidades (N.º de Maxwell).

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-2}}{M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}} = L\ T^{-1} = C$$

$$\frac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{3\,.\,10^{10}} \qquad 1 \text{ u.e.s} = 3\,.\,10^{10} \text{ u.e.m. de potencial o tensión}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.
Sistema $[V] = [M\ L^2\ T^{-2}\ Q^{-1}]$
c g s u.e.s $=$ g cm² seg⁻² u.e.s.⁻¹ $= 1$ u.e.s. de potencial

$$\text{MKSQ voltio} = \text{Kg m}^2\ \text{seg}^{-2}\ \text{coul}^{-1} = 10^3\ \text{g}\ 10^4\ \text{cm}^2\ 1\ \text{seg}^{-2}\ (3\,.\,10^9)^{-1}\ \text{ues} = \frac{1}{300}\ \text{ues}$$

c g s u.e.m. $=$ g cm² seg⁻² u.e.m.⁻¹ $= 1$ u.e.m. de potencial

$$\text{MKSQ voltio} = \text{Kg m}^2\ \text{seg}^{-2}\ \text{coul}^{-1} = 10^3\ \text{g}\ 10^4\ \text{cm}^2\ 1\ \text{seg}^{-2}\ (10^{-1})^{-1}\ \text{u.e.m} = 10^8\ \text{u.e.m.}$$

$$1 \text{ voltio} = 10^8 \text{ u.e.m.} = \frac{1}{300} \text{ u.e.s. de potencial}$$

$$1 \text{ u.e.s.} = 300\,.\,10^8 \text{ u.e.m.} = 3\,.\,10^{10} \text{ u.e.m.}$$

Equivalencia

Unidad electrostática $\quad 1$ u.e.s. $= 300$ voltios.

Unidad electromagnética $\quad 1 \text{ u.e.m.} = \dfrac{1}{3\,.\,10^{10}} \text{ u.e.s.} = 10^{-8}$ voltios

Voltio $\quad 1 \text{ voltio} = \dfrac{1}{300} \text{ u.e.s.} = 10^8$ u.e.m.

§ F.—Capacidad de un conductor es la carga que hay que comunicar a dicho conductor para que su potencial con respecto a tierra (potencial cero) valga la unidad. Esta magnitud nos mide la aptitud del conductor para retener dicha carga y depende solamente de la magnitud y forma del conductor, así la capacidad de una esfera viene medida por su radio. (Ec. 1).

Se llama condensador a un sistema de dos conductores metálicos, separados por un dieléctico, destinado a aumentar la capacidad de uno de ellos (primario) por fenómenos de influencia. La capacidad de un condensador plano es directamente proporcional a la superficie de sus armaduras e inversamente proporcional a la distancia que les separa. La constante de proporcionalidad es la constante dieléctrica del medio que llena el condensador. (Para el vacío $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1/4\pi$ C.G.S. y $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1/4\pi 9 . 10$ Giorgi). (Ec. 2).

Ecuación de definición $$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

Ecuación del condensador plano $$C = \frac{\varepsilon S}{d} \quad (2) \qquad C = \frac{Q}{V - V'} \quad (3)$$

Unidades

Unidad electrostática de capacidad eléctrica, unidad C.G.S., es la capacidad de un conductor tal que al comunicarle la carga de una u.e.s. de cantidad de electricidad, adquiere con respecto a tierra el potencial igual a una u.e.s. (Ec. 1).

Unidad electromagnética de capacidad eléctrica, unidad C.G.S., es la capacidad de un condensador que se carga con la u.e.m. de cantidad de electricidad, cuando están sus armaduras a una d.d.p. de una u.e.m. (Ec. 3).

Faradio, unidad Giorgi, es la capacidad de un conductor tal que con la carga de un coulombio, adquiere con respecto a tierra el potencial de un voltio. o la capacidad de un condensador que se carga con un coulombio, cuando entre sus armaduras existe la d.d.p. de un voltio. (Unidad del sistema práctico, vale 10^{-9} u.e.m. C.G.S.). (Ec. 1 y 3).

Faradio internacional es la capacidad de un conductor que cargado con un coulombio internacional, adquiere el potencial de un voltio internacional.

El faradio resulta una unidad excesivamente grande, por lo que en la práctica se emplean sus submúltiplos el microfaradio, milimicrofaradio y picofaradio, cuyas equivalencias son:

$1\ \mu F = 10^{-6}$ F $\qquad$ $1\ m\mu F = 10^{-9}$ F $\qquad$ $1\ pF = 1 \mu\mu F = 10^{-12}$ F

Ecuación dimensional electrostática [C] = [L]
Deducción

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{W : Q} = \frac{Q^2}{W} = \frac{F\,L^2}{F\,L} = L$$

(En el condensador esférico la medida de su radio en cm nos da el valor de su capacidad en u.e.s.).

Ecuación dimensional electromagnética $[C] = [L^{-1}\,T^{-2}]$
Deducción (Ec. fundamental $i = M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1}$). (Ver 11).

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q^2}{W} = \frac{I^2\,t^2}{W} = (M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1})^2\,T^2\,(M\,L^2\,T^{-2})^{-1} = L^{-1}\,T^2$$

Ecuación dimensional Giorgi $[C] = [M^{-1}\,L^{-2}\,T^2\,Q^2]$
Deducción

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q^2}{W} = Q^2\,(M\,L^2\,T^{-2})^{-1} = M^{-1}\,L^{-2}\,T^2\,Q^2$$

Razón de dimensiones y de unidades (N.º de Maxwell)

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{L^{-1}\,T^2}{L} = L^{-2}\,T^{-2} = \left(\frac{1}{C}\right)^2 = \frac{1}{9 \,.\, 10^{20}}$$

$$\frac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = C^2 = 9 \,.\, 10^{20} \qquad 1 \text{ u.e.m.} = 9 \,.\, 10^{20} \text{ u.e.s.}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema [C] $= [M^{-1}\ L^{-2}\ T^2\ Q^2]$
C G S u.e.s. $= g^{-1}\,cm^{-2}\,seg^2$ u.e.s.^{2} = 1 u.e.s. de capacidad
Giorgi faradio $= Kg^{-1}\,m^{-2}\,seg^2\,coul^2 = 10^{-3}\,g.\ 10^{-4}\,cm^{-2}\ \ 1\,seg^2$
$(3 \,.\, 10^9)^2$ u.e.s.^{2} = $9 \,.\, 10^{11}$ u.e.s.
C G S u.e.m. $= g^{-1}\,cm^{-2}\,seg^2$ u.e.m.^{2} = 1 u.e.m. de capacidad
Giorgi faradio $= Kg^{-1}\ m^{-2}\ seg^2\ coul^2 = 10^3\,g.\ 10^{-4}\ cm^{-2}\ 1\ seg^2$
$(10^{-1})^2$ u.e.m.^{2} = 10^{-9} u.e.m.

1 Faradio = 10^{-9} u.e.m. = $9 \,.\, 10^{11}$ u.e.s. de capacidad
1 u.e.m. = $9 \,.\, 10^{11} \,.\, 10^9$ u.e.s. = $9 \,.\, 10^{20}$ u.e.s.

Equivalencia

Unidad electrostática	1 u.e.s.	$= \dfrac{1}{9 . 10^{11}}$ F
Unidad electromagnética	1 u.e.m.	$= 9 . 10^{20}$ u.e.s. $= 10^{9}$ F
Faradio	1 F	$= 9 . 10^{11}$ u.e.s. $= 10^{-9}$ u.e.m.
Microfaradio	1 μF	$= 9 . 10^{5}$ u.e.s.
Picofaradio	1 pF	$= 0{,}9$ u.e.s.

§ G.—Intensidad de corriente eléctrica es la carga que pasa por una sección del hilo conductor en la unidad de tiempo (Ec. 1).

Ecuación de definición $i = \dfrac{Q}{t}$ (1) $F = K\,i\,l\,B = \dfrac{\mu}{c}\,i\,l\,H = K\,\dfrac{M\,i\,l}{r^2}$ (2)

Unidades

Unidad electrostática de intensidad, unidad C.G.S., es la intensidad de una corriente tal que por cada sección del hilo conductor pasa una u.e.s. de carga eléctrica por segundo (no se usa).

Unidad electromagnética de intensidad, unidad C.G.S., es la intensidad de una corriente que, circulando por un conductor dispuesto en forma de arco de un centímetro de longitud y un centímetro de radio, ejerce sobre la unidad de masa magnétic colocada en el centro, la fuerza de una dina. (Ecuación de Laplace) (2).

Amperio, unidad del sistema práctico, es la décima parte de la unidad C.G.S. electromagnética.

Amperio, unidad Giorgi, es la intensidad de una corriente tal que por cada sección del hilo conductor pasa una carga de un coulombio, esto es $6 . 10^{18}$ electrones, en un segundo. (Ec. 1).

Amperio internacional es la intensidad constante de una corriente que en cada segundo deposita en el cátodo 1,118 mg. de plata por electrolisis de una solución de nitrato de plata.

Para la medida de intensidades pequeñas se emplea el miliamperio.

Ecuación dimensional electrostática $[I] = [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-2}]$

Deducción

$$I = \frac{Q}{t} = Q\,T^{-1} = M^{1/2}\ L^{3/2}\quad T^{-2}$$

Ecuación dimensional electromagnética $[I] = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]$

Deducción [De la Ec. de Laplace (2) deducimos para $K = 1$,

$$i = \frac{F\,r^2}{m\,l} \text{ y de la Ec. de Coulomb } F = \frac{m\,m'}{\mu\,r^2}$$

para $\mu = 1$ y $m = m'$ $m^2 = (F\,r^2)$ $m = [F\,r^2]^{1/2} = [F\,L]$.

$$i = \frac{F\,r^2}{m\,l} = \frac{F\,L}{m} = \frac{F\,L}{F^{1/2}\,L} = F^{1/2} = (M\,L\,T^{-2})^{1/2} = M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[I] = [T^{-1}\,Q]$
Deducción

$$i = \frac{Q}{t} = Q\,T^{-1}$$

Razón de dimensiones y de unidades. (N.º de Maxwell).

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1}}{M^{1/2}\,L^{3/2}\,T^{-2}} = L^{-1}\,T = \frac{1}{C}$$

$$\frac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = C = 3 \,.\, 10^{10} \text{ cm} \,.\, \text{seg}^{-1}$$

1 u.e.m. = $3 \,.\, 10^{10}$ u.e.s. de intensidad.

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema	$[i] = [T^{-1}\ Q]$		
c g s	u.e.s	= seg^{-1} u.e.s.	= 1 u.e.s. de intensidad
MKSQ	amperio	= seg^{-1} coul.	= 1 seg^{-1} $3 \,.\, 10^9$ u.e.s. = $3 \,.\, 10^9$ u.e.s.
c g s	u.e.m.	= seg^{-1} u.e.m.	= 1 u.e.m. de intensidad
MKSQ	amperio	= seg^{-1} coul.	= 1 seg^{-1} . 10^{-1} u.e.m. = 10^{-1} u.e.m.

1 amperio = $3 \,.\, 10^9$ u.e.s. = 10^{-1} u.e.m. de intensidad
1 u.e.m. = $3 \,.\, 10^9 : 10^{-1}$ u.e.s. = $3 \,.\, 10^{10}$ u.e.s.

Equivalencia

Unidad electrostática	1 u.e.s.	$= \dfrac{1}{3 \,.\, 10^9}$ A
Unidad electromagnética	1 u.e.m.	= $3 \,.\, 10^{10}$ u.e.s. = 10 A
Amperio	1 A	= $3 \,.\, 10^9$ u.e.s = 10^{-1} u.e.m. = 10^3 m A
Miliamperio	1 m A	= $3 \,.\, 10^6$ u.e.s. = 10^{-3} A.

§ H.—*Resistencia y Resistividad.*—Resistencia eléctrica es la dificultad que ofrece un conductor al paso de la corriente; representa el coeficiente de proporcionalidad entre la d.d.p. aplicada y la intensidad obtenida. (Ec. 1).

Es una característica del cuerpo conductor dependiendo de sus dimensiones y de su naturaleza eléctrica-química o resistividad. (Ec. 2).

Ecuaciones de defnición $R = \dfrac{V}{I}$ (1) $R = \rho \dfrac{l}{S}$ (2)

Unidades

Unidad electrostática, unidad C.G.S., es la resistencia de un conductor tal que aplicando a sus extremos la d.d.p. de una u.e.s. circula por él una corriente de intensidad igual a una u.e.s. (Ec. 1).

Unidad electromagnética, unidad C.G.S., es la resistencia de un conductor tal que aplicando a sus extremos la d.d.p de una u.e.m. circula por él una corriente de intensidad igual a una u.e.m. (Ec. 1).

El ohmio absoluto, unidad Giorgi, se define a partir de la ley de Ohm (Ec. 1), es la resistencia de un conductor tal que al aplicar a sus extremos la d.d.p. de un voltio circula por él una corriente de intensidad igual a un amperio. Se le representa por la letra griega omega (ω)

Ohmio legal, unidad del sistema práctico, es la resistencia que opone al paso de la corriente una columna de mercurio de 1 milímetro cuadrado de sección y de 106 centímetros de longitud a cero grados centígrados. (Ec. 2). (Vale 10^9 unidades C.G.S. electromagnéticas; el ohmio legal es aproximadamente igual al ohmio absoluto).

Ohmio internacional u ohmio patrón, es la resistencia que ofrece al paso de una corriente eléctrica constante, una columna de mercurio de masa 14,4521 g, de sección constante y de longitud 106,300 cm; a la temperatura de cero grados centígrados. (Ec. 2). (El ohmio internacional es ligeramente mayor al ohmio absoluto: 1 ohmio int. = 1,00048 ohm abs.).

Se emplean también como unidades de resistencia un múltiplo y submúltiplo del ohmio: el megohm = $10^6\ \Omega$ y el microhm = $10^{-6}\ \Omega$.

Unidad de Siemens es la resistencia que a 0° C ofrece al paso de la corriente una columna de mercurio de un metro de longitud y 1 mm^2 de sección.

Ecuación dimensional electrostática $[R] = [L^{-1}\ T]$

Deducción

$$R = \rho \frac{V}{I} = \frac{W : Q}{Q : t} = \frac{W\ t}{Q^2} = \frac{F\ L\ T}{F\ L^2} = L^{-1}\ T$$

Ecuación dimensional electromagnética $[R] = [L\ T^{-1}]$

Deducción (Ec. fundamental $i = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$) (ver 11)

$$R = \frac{V}{I} = \frac{W}{QI} = \frac{W}{I^2 t} = \frac{M L^2 T^{-2}}{(M L T^{-2}) T} = L T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[R] = [M L^2 T^{-1} Q^{-2}]$

Deducción

$$R = \frac{V}{I} = \frac{W T}{Q^2} = (M L^2 T^{-2}) T Q^{-2} = M L^2 T^{-1} Q^{-2}$$

Razón de dimensiones y de unidades. (N.° de Maxwell)

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{L T^{-1}}{L^{-1} T} = L^2 T^{-2} = C^2 = 9 \cdot 10^{20}$$

$$\frac{u\,e\,m}{u\,e\,s} = \frac{1}{c^2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \qquad 1 \text{ u.e.s.} = 9 \cdot 10^{20} \text{ u.e.m. de resistencia.}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi

Sistema $[R] = [M L^2 T^{-1} Q^{-2}]$

c g s u e sm $=$ g cm^2 seg^{-1} u.e.s.$^{-2}$ $=$ 1 u.e.s. de resistencia

MKSQ ohmio $=$ Kg m^2 seg^{-1} coul^{-2} $=$ 10^3 g 10^4 cm^2 1 seg^{-1} $(3 \cdot 10^9)^{-2}$ u.e.s.$^{-2}$ $= \dfrac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ u.e.s.

c g s u.e.m. $=$ g cm^2 seg^{-1} u.e.m.$^{-2}$ $=$ 1 u.e.m. de resistencia

MKSQ ohmio $=$ Kg m^2 seg^{-1} coul^{-2} $=$ 10^3 g 10^4 cm^2 1 seg^1 $(10^{-1})^{-2}$ u e m^{-2} $=$ 10^9 u.e.m.

$$1 \text{ ohmio} = 10^9 \text{ u.e.m.} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ u.e.s. de resistencia}$$

$$1 \text{ u.e.s.} = 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ u.e.m.} = 9 \cdot 10^{20} \text{ u.e.m.}$$

Equivalencia

Unidad electrostática 1 u.e.s. $= 9 \cdot 10^{20}$ u.e.m. $= 9 \cdot 10^{11}\ \Omega$

Unidad electromagnética 1 u.e.m. $= 10^{-9}\ \Omega$

Ohmio absoluto $1\,\Omega$ abs $= \dfrac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ u.e.s. $=$ 10^9 u.e.m. $=$ $=$ 1,063 u. Siemenes $=$ $10^6 \mu\ \Omega$

Ohmio internacional $1\,\Omega$ int $=$ 1,00048 Ω abs

Unidad Siemens	1 u. S.	=	0,94 Ω abs	
Microhm o microhmio	1 $\mu\Omega$	=	10^{-6} Ω	
Megohm o megohmio	1 M Ω	=	10^{6} Ω	

Resistividad es la resistencia que a cero grados centígrados ofrece al paso de la corriente un conductor de un centímetro de longitud y un centímetro cuadrado de sección. Se representa por ρ y es una constante específica de la sustancia de que está construído el conductor.

Las tablas eléctricas miden la resistividad en $\Omega\ mm^2/m$ y en $\rho\ \Omega\ cm^2/cm = \mu\Omega\ cm$.

De la ecuación (2) deducimos:

Ecuación de definición $\rho = R \dfrac{s}{l}$ (3)

Si en esta ecuación hacemos $s = 1\ cm^2$, y $l = 1$ cm; tendremos: $\rho = R$.

Unidades

Unidad electrostática de resistividad, unidad C.G.S., es la de un conductor que tuviera una u.e.s. de resistencia para una sección de un cm^2 y una longitud de un cm.

Ecuación dimensional electrostática $[\rho] = [T]$

Deducción

$$\rho = R \frac{s}{l} = R\ L = (L^{-1}\ T)\ L = T$$

Ecuación dimensional electromagnética $[\rho] = [L^2\ T^{-1}]$

Deducción

$$\rho = R \frac{s}{l} = R\ L = (L\ T^{-1})\ L = L^2\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\rho] = [M\ L^3\ T^{-1}\ Q^{-2}]$

Deducción

$$\rho = R \frac{s}{l} = R\ L = (M\ L^2\ T^{-1}\ Q^{-2})\ L = M\ L^3\ T^{-1}\ Q^{-2}$$

Razón de dimensiones y de unidades (N.° de Maxwell)

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{L^2\ T^{-1}}{T} = L^2\ T^{-2} = C^2 = 9 \, . \, 10^{20}$$

$$\frac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = \frac{1}{c^2}\ \frac{1}{9 .\ 10^{20}} \qquad 1\ \text{u.e.s.} = 9 \, . \, 10^{20}\ \text{u.e.m.}$$

Equivalencia

Para pasar de $\Omega\, mm^2/m$ a $\mu\,\Omega$ cm se multiplica por 100

Deducción

$$\rho = R\,\frac{s}{l} = 1\,\Omega\,\frac{1\ mm^2}{1\ m} = 10^6\,\mu\,\Omega\,\frac{10^{-2}\ cm^2}{10^2\ cm} = 10^6 \,.\, 10^{-4}\,\mu\,\Omega\,\frac{cm^2}{cm} =$$

$$= 10^2\,\mu\,\Omega\ cm$$

§ I.—*Conductancia eléctrica y conductividad.*—El valor inverso de la resistencia se llama conductancia y el valor inverso de la resistividad se llama conductividad. La conductancia representa por lo tanto la facilidad que ofrece un cuerpo al paso de la corriente eléctrica; a mayor conductancia mayor velocidad de movimiento electrónico; de aquí que sus dimensiones sean las de una velocidad (ver Ec. dimensional electrostática). La velocidad del movimiento electrónico es muy pequeña (1 mm/seg), lo que se propaga con la velocidad de la luz es la energía eléctrica que a los electrones comunica el voltaje. La conductancia se representa por la letra G y la conductividad por la letra c.

Ecuación de definición $G = \frac{1}{R}$ (1) $\quad c = \frac{1}{\rho}$ (2) $\quad G = c\,\frac{S}{l}$ (3)

La ecuación (3) se deduce sustituyendo en (1) R por su ecuación (ver § H).

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\dfrac{\rho\, l}{S}} = \frac{S}{\rho\, l} = c\,\frac{S}{l}$$

La ley de Ohm la podemos expresar por:

$$I = \frac{V - V'}{R} = G\,(V - V') = c\,\frac{S\,(V - V')}{l}$$

Ecuación de conductibilidad análoga a la de conductibilidad calorífica (ver capítulo III § E).

Unidades

La unidad Giorgi de conductancia es el mho (anagrama de ohm). Un mho vale $9 \,.\, 10^{11}$ u.e.s. CGS.

(A partir de las dimensiones de resistencia y resistividad deducimos directamente):

Ecuaciones dimensionales electrostáticas $[G] = [L\ T^{-1}]$ $[c] = [T^{-1}]$
Ecuaciones dimensionales electromagnéticas $[G] = [L^{-1}T]$
$[c] = \ = [L^{-2}\ T]$
Ecuaciones dimensionales Giorgi $[G] = [M^{-1}\ L^{-2}\ T\ Q^2]$
$[c] = [M^{-1}\ L^{-3}\ T\ Q^2]$

Razón de unidades (N.º de Maxwell)

$[G] = \dfrac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = c^2$ 1 u.e.m. $= c^2$ u.e.s. $= 9 \cdot 10^{20}$ u.e.s. de conductancia

$[c] = \dfrac{\text{u.e.m.}}{\text{u.e.s.}} = c^2$ 1 u.e.m. $= c^2$ u.e.s. $= 9 \cdot 10^{20}$ u.e.s. de conductividad

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema $[G] = [M^{-1}\ L^{-2}\ T\ Q^2]$
C G S u.e.s. $= g^{-1}\ cm^{-2}$ seg u.e.s.^{2} $= 1$ u.e.s. de conductancia
M K S Q mho $= Kg^{-1}\ m^{-2}$ seg coul^2 $= 10^{-3}$ g 10^{-4} cm^{-2} 1 seg
$(3 \cdot 10^9)^2$ u.e.s.^{2} $= 9 \cdot 10^{11}$ u.e.s.
C G S u.e.m. $= g^{-1}\ cm^{-2}$ seg u.e.m.^{2} $= 1$ u.e.m. de conductancia
M K S Q mho $= Kg^{-1}\ m^{-2}$ seg coul^2 $= 10^{-3}$ g 10^{-4} cm^{-2} 1 seg
$(10^{-1})^2$ u.e.m. $= 10^{-9}$ u.e.m.
1 mho $= 10^{-9}$ u.e.m. de conductancia $= 9 \cdot 10^{11}$ u.e.s. de conductancia
1 u.e.m. $= 9 \cdot 10^{11} : 10^{-9}$ u.e.s. $= 9 \cdot 10^{20}$ u.e.s.

§ J.—*Energía y trabajo eléctrico.*—La energía eléctrica, al igual que las restantes formas de manifestarse la energía, ni se crea ni se destruye, sólo se transforma. El generador que la proporciona (pila, dinamo, célula fotoeléctrica, etc.) lo que hace es transformar en energía eléctrica otra modalidad de energía (química, mecánica o hidráulica, luminosa, etc.).

La energía eléctrica del generador crea en sus polos, por unidad de carga, una f.e.m., la cual a su vez crea y mantiene una d.d.p. en los extremos del circuito exterior (hilo conductor que une exteriormente los polos del generador), y ésta a su vez motiva el movimiento electrónico, esto es, la corriente eléctrica.

Ecuaciones de definición:

$W = q\ (V - V') = i\ t\ (V - V')$ (1) $W = i^2\ R\ t$ (2) $Q = i^2\ R\ t\ 0{,}24$ (3)

Al pasar la electricidad del mayor al menor potencial hay un consumo de energía eléctrica que se transforma en realizar un trabajo (motor eléctrico). (Ec. 1); o se degrada en calor «efecto Joule» (planchas y cocinas eléctricas). (Ec. 3); etc.

La ecuación (2) se obtiene de la ecuación (1) substituyendo la d.d.p. por su valor, dado por la ley de Ohm (ver § E).

La ecuación (3) se obtiene directamente de la (2); ya que el trabajo se transforma en calor multiplicando por el equivalente calorífico del trabajo (1 julio = 0,24 calorías); constituye la expresión analítica de la ley de Joule.

Ley de Joule.—La cantidad de calor desprendida al paso de una corriente eléctrica es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad, a la resistencia y al tiempo.

Unidades

Unidad electrostática de trabajo o de energía eléctrica, unidad c.g.s., es el trabajo que la u.e.s. de f.e.m. comunica a la u.e.s. de carga (Ec. 1).

Unidad electromagnética de trabajo o de energía eléctrica, unidad c.g.s., es el trabajo que la u.e.m. de f.e.m. comunica a la u.e.m. de carga (Ec. 1).

Julio, unidad del sistema práctico, es 10^7 unidades c.g.s. electromagnéticas.

Julio, unidad Giorgi, es el trabajo realizado por la carga de un coulombio cuando la f.e.m. es de un voltio.

$$\text{Julio} = \text{coulombio} \cdot \text{voltio}$$

En Física nuclear las unidades de energía más empleadas son el electrón-voltio, e v, y el mega-electrón-voltio, M e v.

Electrón-voltio es la energía correspondiente a la carga de un electrón con la f.e.m. o d.d.p. de un voltio.

$$1 \text{ ev} = 1 \text{ electrón} \cdot 1 \text{ voltio} = 1{,}6 \cdot 10^{19} \text{ coul} \cdot 1 \text{ vol.} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ julios} = 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ ergios.}$$

Mega-electrón-voltio es un múltiplo de la unidad anterior.

$$1 \text{ M e v} = 10^6 \text{ e v} = 1{,}6 \text{ x } 19^{-13} \text{ julios} = 1{,}6 \text{ x } 10^{-6} \text{ ergios} = 1 \text{ Rutherford}$$

[Gamow ha propuesto para esta unidad el nombre de Rutherford o «Cocodrilo». El cocodrilo, animal sagrado de los egipcios, fué uno de los símbolos de la Alquimia y a Lord Rutherford le podemos considerar como creador de la Física nuclear o alquimia moderna (transmutación de elementos)].

Otras unidades de energía, ya estudiadas en Mecánica, son el vatio-hora y kilovatio-hora.

Ecuaciones dimensionales.—Las dimensiones de la energía y trabajo eléctrico, son las mismas de energía y trabajo mecánico, para los tres sistemas, electrostático, electromagnético y Giogi; ya que el trabajo, la electricidad, el calor, etc., no son sino formas distintas de manifestarse una misma cualidad «la energía universal».

$$]W[= [M\ L^2\ T^{-2}]$$

Razón de unidades.—Al ser las dimensiones del trabajo las mismas para los dos sistemas electromagnético y electrostático la razón será la unidad, esto es:

$$1 \text{ u.e.m. cgs} = 1 \text{ u.e.s. cgs} = 1 \text{ cgs mecánica} = 1 \text{ ergio}$$

En efecto, de la ecuación de definición deducimos: $W = q \cdot V$

$$\text{Julio} = \text{coulombio x voltio} = 3 \cdot 10^9 \text{ u.e.s. x } \frac{1}{300} \text{ u.e.s.} = 10^7 \text{ u.e.s.}$$

$$\text{Julio} = \text{coulombio x voltio} = 10^{-1} \text{ u.e.m. x } 10^8 \text{ u.e.m.} = 10^7 \text{ u.e.m.}$$

Julio = ergios (por mecánica)

1 ergio = 1 u.e.s. de trabajo = 1 u.e.m. de trabajo.

Equivalencia

Unidad electrostática	1 ues = 1 uem = 1 ergio = 10^{-7} julios
Unidad electromagnética	1 uem = 1 ues = 1 ergio = 10^{-7} julios
Ergio	1 erg = 1 ues = 1 uem = 10^{-7} julios
Julio	1 jul = 10^7 ues = 10^7 uem = 10^7 ergios
Electrón-voltio	1 e v = 1,6 x 10^{-12} ergios = = 1,6 x 10^{-19} julios
Mega-electrón-voltio (Rutherford)	1 Mev = 1,6 x 10^{-6} ergios = = 1,6 x 10^{-13} julios
Kilovatio hora	1 Kw-h = 3,6 x 10^6 julios
vatio-hora	1 w-h = 3600 julios.

§ K.—Potencia, es la energía realizada en la unidad de tiempo.

Ecuación de definición: $P = V\ I$ (1).

Esta ecuación se deduce de la ecuación de potencia estudiada en mecánica, sustituyendo el trabajo por su ecuación eléctrica. (§ J):

$$P = \frac{W}{t} = \frac{i\,t\,(V - V')}{t} = (V - V')\,i$$

Unidades

Vatio, unidad Giorgi, es la potencia eléctrica desarrollada por una corriente de intensidad un amperio y d.d.p. o f.e.m. de un voltio.

Kilovatio, unidad práctica, es un múltiplo de la anterior.

Ecuaciones dimensionales (las mismas de mecánica) $[P] = [M\,L^2\,T^{-3}]$

Equivalencia

Vatio	1 w	=	10^7 u.e.s.	=	10^7 u.e.m.	=	10^7 ergios/segundo
Kilovatio	1 Kw	=	10^3 w 10^{10} u.e.s.	=	10^{10} u.e.m.	=	10^{10} erg/seg

§ L.—Autoinducción o coeficiente de autoinducción, es la constante de proporcionalidad entre el flujo magnético que atraviesa un circuito por el que circula una corriente eléctrica, creadora de dicho flujo, y la intensidad de dicha corriente. (Ec. 1).

Ecuaciones de definición $\Phi = L\,i$ (1) $\quad e = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ (2)

El coeficiente de autoinducción no es una propiedad de la corriente sino del circuito y de la permeabilidad magnética del medio que le rodea; no depende de la naturaleza químico-eléctrica del conductor como la resistencia, sino de su forma y dimensiones (ver Ec. dimensional electromagnética).

La ley de Neumann del electromagnetismo dice que si un conductor eléctrico, cerrado en circuito, e inerte, corta líneas de fuerza de un campo magnético, aparece en él una corriente eléctrica «inducida», que dura mientras esté cortando líneas de fuerza, esto es, mientras haya variación de flujo magnético a través del conductor; siendo la f.e.m. de dicha corriente inducida proporcional a la relación de la variación del flujo inductor y el tiempo empleado en dicha variación:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (3)$$

Si el circuito no es inerte y corta las líneas de fuerza del campo magnético creado por por él mismo, aparecerá en él una corriente de autoinducción cuyo sentido podrá ser igual o contrario al de la corriente principal del circuito. (Ec. 2).

Unidades

Unidad electromagnética de autoinducción, es la que posee un conductor, en el que la variación de una u.e.m. de intensidad por segundo, produce en sí mismo una f.e.m. de inducción igual a la u.e.m. (Ec. 2).

Henrio, unidad Giorgi, es la autoinducción de un conductor, en el que la variación de intensidad de corriente igual a un amperio por segundo, produce en sí mismo, una f.e.m. de inducción igual a un voltio. (Ec. 2).

Ecuación dimensional electrostática $[\mathcal{L}] = [L^{-1}\ T^2]$

Deducción

$$\mathcal{L} = \frac{V\,t}{i} = \frac{(W : q)\,t}{q : t} = \frac{W\,T^2}{q^2} = \frac{F\,L\,T^2}{F\,L^2} = L^{-1}\ T^2$$

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathcal{L}] = [L]$

Deducción (Ec. fundamental $i = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$). (Ver 11).

$$\mathcal{L} = \frac{V\,t}{i} = \frac{W\,T}{Q\,i} = \frac{W\,T}{(i\,T)\,i} = (M\ L^2\ T^{-2})\ (M^{-1}\ L^{-1}\ T^2) = L$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\mathcal{L}] = [M\ L^2\ Q^{-2}]$

Deducción

$$\mathcal{L} = \frac{V\,t}{i} = \frac{W\,T^2}{Q^2} = Q^{-2}\ T^2\ (M\ L^2\ T^{-2}) = M\ L^2\ Q^{-2}$$

Razón de dimensiones y de unidades (N.º de Maxwell)

$$\frac{\text{dimensiones electromagnéticas}}{\text{dimensiones electrostáticas}} = \frac{L}{L^{-1}\ T^2} = L^2\ T^{-2} = C^2 = 9 \times 10^{20}$$

$$\frac{\text{u.e.m}}{\text{u.e.s}} = \frac{1}{C^2} = \frac{1}{9 \,.\, 10^{20}} \qquad 1 \text{ u.e.s.} = 9 \,.\, 10^{20} \text{ u.e.m. de autoinducción.}$$

Equivalencia: E. Giorgi

Sistema $[\mathcal{L}] = [M\ L^2\ Q^{-2}]$

c g s ues $= g\ cm^2\ u.e.s.^{-2} = 1$ u.e.s. de autoinducción

Giorgi Henrio $= Kg\ m^2\ coul^{-2} = 10^3\ g\ 10^4\ cm^2\ (3\ .\ 10^9)^{-2}\ ues^{-2} =$

$$= \frac{1}{9\ .\ 10^{11}}\ u.e.s.$$

c g s uem $= g\ cm^2\ u.e.m.^{-2} = 1$ u.e.m. de autoinducción

Giorgi Henrio $= Kg\ m^2\ coul^{-2} = 10^3\ g\ 10^4\ cm^2\ (10^{-1})^{-2}\ uem^{-2} =$
$= 10^9$ u.e.m.

$$1\ \text{Henrio} = 10^9\ u.e.m. = \frac{1}{9\ .\ 10^{11}}\ \text{u.e.s. de autoinducción}$$

$$1\ u.e.s = 10^9\ .\ 9\ .\ 10^{11}\ u.e.m. = 9\ .\ 10^{20}\ u.e.m.$$

Como las dimensiones del coeficiente de autoinducción en el sistema electromagnético C.G.S. son las de una longitud puede igualarse la u.e.m. cegesimal al centímetro, y el henrio al cuadrante del meridiano terrestre.

$$1\ \text{Henrio} = 10^9\ u.e.m. = 10^9\ cm = 10^7\ m = 1\ \text{cuadrante}$$

Equivalencia

Unidad electrostática 1 u.e.s. $= 9\ .\ 10^{20}$ uem $= 9\ .\ 10^{11}$ henrios

Unidad electromagnética 1 u.e.m. $= 1$ cm $= 10^{-9}$ henrios

Henrio $1\ \text{henrio} = \frac{1}{9\ .\ 10^{11}}\ ues = 10^9\ uem = 10^9\ cm =$
$= 10^7\ m = 1$ cuadrante.

13.—Magnitudes y unidades magnéticas

§ A.—Masa magnética de un imán es la cantidad de agente magnético contenido en sus polos. El concepto de masa magnética es intuitivo, así diremos un polo de un imán tiene una masa magnética doble que el polo de otro imán, cuando ejerce una fuerza de atracción o repulsión doble, que la que ejerce el segundo sobre un mismo cuerpo «magnético». Se llaman cuerpos magnéticos a los que se dejan atraer por los imanes; ejemplos: el hierro, cobalto, níquel, etc. En todo imán distinguimos dos polos situados en sus extremos que es donde reside su máximo poder atractivo; estos polos se llaman norte y sur y están indisolublemente asociados ya que al dividir un imán en dos, no conseguimos aislarles, sino que, las dos mitades obtenidas, tienen sus respectivos polos norte y sur.

La atracción y repulsión tiene lugar entre imanes, viniendo regida por la ley de Coulomb del magnetismo (Ec. 1); cuando un imán atrae a un cuerpo magnético, ejemplo a limaduras de hierro, es porque dicho cuerpo se convierte temporalmente en imán por fenómenos de inducción o influencia. La atracción tiene lugar cuando situamos frente a frente polos de distinto nombre, y la repulsión cuando se enfrentan polos del mismo nombre.

Ecuación de definición, Ec. de Coulom $F = \pm \dfrac{m\,m'}{\mu\, r^2}$ (1)

«La fuerza de atracción o repulsión entre dos polos magnéticos es directamente proporcional al producto de sus masas magnéticas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa».

(Las unidades magnéticas del sistema electrostático no se usan; por carecer de interés no estudiaremos estas unidades ni las ecuaciones dimensionales electrostáticas).

Ecuación dimensional electromagnética $[m] = [M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}]$

Deducción

Si en la ecuación (1) consideramos $m = m'$ y el medio el vacío ($\mu = 1$) tenemos:

$$m^2 = F\, r^2 = (M\ L\ T^{-2})\ L^2 = M\ L^3\ T^{-2}$$
$$m = (M\ L^3\ T^{-2})^{1/2} = M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[m] = [L\ T^{-1}\ Q]$
Deducción

Si en la ecuación (1) hacemos $m' = 1$ tenemos: $F = H = \dfrac{m}{\mu\ r^2}$

igualando esta ecuación con la de Laplace

$$H = K\ \frac{i\ n}{l} = \text{amperio vuelta/metro}$$

tenemos prescindiendo de coeficientes:

$$m = \frac{i\ r^2}{l} = i\ L = (Q\ T^{-1})\ L = L\ T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema	$[m]$	$= [L\ T^{-1}\ Q]$
c g s	u.e.m.	$=$ cm seg^{-1} u.e.m. $=$ 1 uem de masa magnética o polo
Giorgi	amperio-metro	$=$ 1 m 1 seg^{-1} 1 coul $= 10^2$ cm 1 seg^{-1} 10^{-1} uem $=$ $=$ 10 uem.

1 amperio-metro (Giorgi) $=$ 10 u.e.m. (CGS) de masa magnética

Unidades

Unidad electromagnética de masa magnética, unidad CGS, es la masa magnética que colocada frente a otra igual en el vacío y a un centímetro de distancia la repele con la fuerza de una dina.

La unidad de masa magnética del sistema Goirgi, es el amperio-metro, como se deduce de las dimensiones:

$$m = L\ T^{-}\ Q = \frac{Q}{T}\ L = i\ l = \text{amperio . metro}$$

Equivalencia

Amperio-metro 1 Am $=$ 10 uem cegesimales de masa magnética o polo magnético.

§ B.—Momento magnético de un imán es el producto de la masa magnética de un polo por la distancia entre polos o longitud del imán.

Ecuación de definición $A = m\ l$ (1)

Ecuación dimensional electromagnética $[A] = [M^{1/2}\ L^{5/2}\ T^{-1}]$
Deducción

$$A = m\ l = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L = M^{1/2}\ L^{5/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[A] = [L^2\ T^{-1}\ Q]$
Deducción

$$A = m\ l = (L\ T^{-1}\ Q)\ L = L^2\ T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema	$[A]$	=	$[L^2\ T^{-1}\ Q]$
c g s	u.e.m.	=	$cm^2\ seg^{-1}$ u.e.m. = 1 u.e.m. de momento magnético
Giorgi	amp. m^2	=	$m^2\ seg^{-1}$ coul $= 10^4\ cm^2 \cdot 1\ seg^{-1}\ 10^{-1}$ uem $= 10^3$ uem
1 amp. m^2		=	10^3 u.e.m. cegesimales de momento magnético.

Unidades

Unidad electromagnética de momento magnético, unidad CGS, es el momento magnético de un imán uniforme de un centímetro de longitud y con masas magnéticas de valor unidad (u.e.m.) en sus extremos (Ec. 1).

La unidad de momento magnético del sistema Giorgi es el amperio-metro cuadrado, como se deduce de las dimensiones:

$$A = L^2\ T^{-1}\ Q = \frac{Q}{T}\ L^2 = i\ l^2 = amp\ m^2$$

Equivalencia

Amperio-metro cuadrado $1\ A \cdot m^2 = 10^3$ uem cegesimal de momento magnético.

§ C.—Intensidad en un punto de un campo de fuerza magnético es la fuerza con que el campo actúa sobre la unidad de masa magnética situada en dicho punto. (Ec. 1).

El sistema M i e a esta magnitud la denomina excitación magnética.

El físico danés Oersted descubrió que toda corriente eléctrica crea un campo magnético, toda vez que desvía de su posición a una aguja magnética situada próxima al conductor.

El valor del campo magnético creado por una corriente eléctrica solenoidal de *n* espiras, longitud *l* y de intensidad *i*, viene dado por la 1.ª ley de Laplace (Ec. 2).

Ecuación de definición $H = \frac{F}{m}$ (1) $H = K \frac{i\ n}{l} = \frac{4\pi}{c} \frac{i\ n}{l}$ (2)

Si en la ecuación de Coulomb de magnetismo (ver § A), hacemos

$m' = 1$, tendremos por definición $F = \dfrac{m}{\mu\, r^2} = H$ (3) y sustituyendo este valor en la ecuación de Coulomb $F = H\, m^1$ y en general $F = H\, m$ (Ec. 1).

En la ecuación de Laplace (Ec. 2) la constante de proporcionalidad vale $K = 4\,\pi/c$. Los valores de c (N.º de Maxwell) depende de las unidades en que midamos las magnitudes que intervienen en la ecuación de Laplace (para n = 1 espira) : (Ec. 2).

Sistema electromagnético: i = uem, l = cm, $c = 1$ y $H = 4\,\pi$ oersteds
Sistema Giorgi: i = amp, l = m, $c = 4\,\pi$ y $K = 1$,
H = amp-vuelta/metro
Sistema M i e: i = amp, l = cm, $c = 4\,\pi$ y $K = 1$,
H = amp-vuelta/cm
Sistema electrostático: i = ues, l = cm, $c = 3\,.\,10^{10}$,

$$H = \frac{4\,\pi}{3\,.\,10^{10}} \text{ oersteds}$$

Sistema práctico: i = amp, l = cm, $c = 10$ y $H = \dfrac{4\,\pi}{10} =$
= 1,256 oersteds

Teniendo presente la reciprocidad existente entre los números que miden una misma cantidad y las unidades empleadas en su medida, deducimos las equivalencias siguientes:

Si $H = \dfrac{4\,\pi}{c}\, I\, n/l = 1{,}25\, \dfrac{\text{Amp-n}}{\text{cm}}$ = oersteds, tenemos que en unidades

$$1\, \frac{\text{amp vuelta}}{\text{cm}} = 1{,}25 \text{ oe.}$$

Sistema M i e 1 amperio-vuelta/cm = 1,256 oe.
Sistema Giorgi 1 amperio-vuelta/m = 0,01256 oe.
Sistema electromagnético (como un amperio $= 10^{-1}$ u.e.m. de intensidad) 1 amperio-vuelta/cm $= 10^{-1}$ u.e.m-vuelta/cm = = 1,256 oe, de donde,
1 u.e.m.-vuelta/ cm = 1,256 : 10^{-1} oe = 12,56 oe = = $4\,\pi$ oe.

Ecuación dimensional electromagnética $[H] = [M^{1/2}\, L^{1/2}\, T^{-1}]$

Deducción (para el vacío (Ec. 3) $H = \dfrac{m}{r^2 \mu} = \dfrac{m}{r^2}$) [m] ver § A

$$H = \frac{m}{r^2} = m\ L^{-2} = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L^{-2} = M^{1/2}\ L^{-1/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[H] = [L^{-1}\ T^{-1}\ Q]$

Deducción ([m] ver § A).

$$H = \frac{m}{r^2} = M\ L^{-2} = (L\ T^{-1}\ Q)\ L^{-2} = L^{-1}\ T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: E. Giorgi.

Sistema $[H] = [L^{-1}\ T^{-1}\ Q]$

c g s u.e.m. $=$ cm^{-1} seg^{-1} uem $=$ 1 uem de intensidad de campo

Giorgi A/metro $=$ m^{-1} seg^{-1} coul $=$ 10^{-2} cm 1 seg^{-1} 10^{-1} u.e.m. $=$
$=$ 10^{-3} u.e.m.

M i e A/cm $=$ cm^{-1} seg^{-1} coul $=$ 1 cm^{-1} 1 seg^{-1} 10^{-1} u.e.m. $=$
$=$ 10^{-1} u.e.m.

1 Amperio-vuelta/metro $=$ 10^{-3} uem cgs de intensidad de campo o excitación magnética.

1 Amperio-vuelta/centímetro $=$ 10^{-1} u.e.m. cegesimales de íd., íd.

Unidades

Unidad electromagnética de intensidad de campo o de excitación magnética, unidad c.g.s., es la intensidad de campo producida por una sola espira por la que circula una corriente de 1 u.e.m. de intensidad de corriente (o una intensidad de 10 Amperios), en un solenoide de longitud un centímetro (Ec. 2).

Oersted es la intensidad de campo en un punto tal, en el que puesta la unidad cegesimal electromagnética de masa magnética, es atraída o repelida con la fuerza de una dina. (Ec. 1).

De una unidad de masa magnética parten 4π líneas de fuerza (4π maxwell de flujo total). Supóngase una esfera de radio 1 cm en cuyo centro esté la masa magnética unidad. El área de la esfera será $4\pi r^2 =$ $= 4\pi\ cm^2$. Por cada cm^2 pasan tantas líneas de fuerza como allí es la intensidad del campo; por definición ésta es de 1 oersted (ver definición de u.e.m c g s de masa magnética § A). Luego la unidad electromagnética c g s de intensidad de campo (campo total creado por la unidad de masa u.e.m. c g s) es igual a 4π oersteds.

Oersted se define también como la intensidad de campo producida por una sola espira, de un solenoide de longitud 1 cm., por la que circula una corriente de intensidad 4π veces menor a la u.e.m. c g s de intensidad de corriente. (Ec. 2).

La unidad de intensidad de campo del sistema Giorgi, es el amperio vuelta por metro, como se deduce de la ecuación de Laplace para el solenoide (K = 1) $H = \frac{i\,n}{e} = \frac{\text{Amp . vuelta}}{\text{metro}}$

Equivalencia

Amperio vuelta por metro (Giorgi) $1\ A/m = 0{,}01256$ oersteds $= 10^{-3}$ uem
Amperio vuelta por cm (Mie) $1\ A/cm = 1{,}256$ oerst $= 10^{-1}$ u e.m.
Oersted 1 oersted $=$ u.e.m. $\frac{1}{4\pi} = \frac{1}{1{,}25}$ Amperio vuelta/cm.
Unidad electromagnética 1 u.e.m. $= 12{,}56$ oersteds $= 10^3$ A/m $= 10$ A/cm.

§ D.—Intensidad de imantación de un imán es el momento magnético que corresponde a su unidad de volumen. (Ec. 1). Para cada punto de un mismo imán la intensidad de imantación puede ser variable y si es constante se llama uniforme; ejemplo de imanes uniformes los obtenidos por inducción electromagnética.

El sistema Mie a esta magnitud la denomina imanación.

Ecuación de definición $\mathcal{J} = \frac{A}{V}$ (1)

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathcal{J}] = [M^{1/2}\ L^{-1/2}\ T^{-1}]$
Deducción

$$\mathcal{J} = \frac{A}{V} = \frac{m\,l}{V} = m\,L^{-2} = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L^{-2} = M^{1/2}\ L^{-1/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\mathcal{J}] = [L^{-1}\ T^{-1}\ Q]$
Deducción

$$\mathcal{J} = \frac{A}{V} = \frac{m\,l}{V} = m\,L^{-2} = (L\ T^{-1}\ Q)\ L^{-2} = L^{-1}\ T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi

Sistema $[\mathcal{J}] = [L^{-1}\ T^{-1}\ Q]$
u.e.m. c g s $= cm^{-1}\ seg^{-1}$ u.e.m. $=$ 1 u.e.m. de intensidad de imantación
Giorgi Amp/m $= m^{-1}\ seg^{-1}$ coul. $= 10^{-2}\ cm^{-1}\ 1\ seg^{-1}\ 10^{-1}$ uem $=$ $= 10^{-3}$ uem.

1 amp/m = 10^{-3} uem cegesimal de imanación o intensidad de imantación

Las dimensiones de la intensidad de imantación son las mismas que las de excitación magnética o intensidad de campo, por lo tanto sus unidades y equivalencias también serán las mismas. La intensidad de imantación representa el campo magnético interno y la excitación el campo magnético exterior; ambos campos vienen materializados por el número de líneas de fuerza existentes por centímetro cuadrado.

Unidades

Unidad electromagnética de intensidad de imantación, unidad c.g.s., es la intensidad de imantación de un imán uniforme, cuyo momento valga la u.e.m. cegesimal y cuyo volumen sea un cm^3. (Ec. 1).

La unidad de intensidad de imantación del sistema Giorgi, es el amperio por metro, como se deduce de sus dimensiones:

$$\mathcal{J} = L^{-1}\,T^{-1}\,Q = \frac{Q}{T}\,L^{-1} = \frac{i}{e} = \text{amperio/metro.}$$

Equivalencia

Amperio por metro 1 Amp/m = 10^{-3} u.e.m. cegesimales de imanación o intensidad de imantación.

§ E.—Densidad magnética es la masa magnética correspondiente a la unidad de superficie de sus caras polares. Se llaman caras polares de un imán cilíndrico o de un imán de forma prismática a sus bases. (Ec. 1).

Ecuación de definición $\sigma = \dfrac{m}{S}$ (1)

En los imanes uniformes la densidad magnética es igual a la intensidad de imantación:

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{m\,l}{S\,l} = \frac{A}{V} = \mathcal{J}$$

Esta igualdad nos enseña que las dimensiones, unidades y equivalencias de densidad magnética serán las mismas que estudiamos en intensidad de imanación, en efecto:

Ecuación dimensional electromagnética $[\sigma] = [M^{1/2}\,L^{-1/2}\,T^{-1}]$

Deducción

$$\sigma = \frac{m}{S} = m\,L^{-2} = (M^{1/2}\,L^{3/2}\,T^{-1})\,L^{-2} = M^{1/2}\,L^{-1/2}\,T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\sigma] = [L^{-1}\ T^{-1}\ Q]$
Deducción

$$\sigma = \frac{m}{S} = m\ L^{-2} = (L\ T^{-1}\ Q)\ L^{-2} = L^{-1}\ T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi (igual a § D).

1 amp/m = 10^{-3} u.e.m. cegesimales de densidad magnética.

Unidades

Unidad electromagnética de densidad magnética, unidad C.G.S., es la densidad de un imán uniforme que tenga una masa magnética unidad cegesimal (u.e.m.) y cuyas caras polares tengan un cm² de superficie; o que la masa en cada polo en unidades C.G.S. electromagnéticas esté medida por el mismo número que su superficie en cm². (Ec. 1).

La unidad de densidad magnética del sistema Giorgi es el amperio por metro como se deduce de las dimensiones:

$$\sigma = L^{-1}\ T^{-1}\ Q = \frac{Q}{T}\ L^{-1} = \text{amperio . metro}^{-1} = \text{amperio/metro.}$$

Equivalencia

Amperio por metro 1 Amp/m = 10^{-3} uem cegesimales de densidad magnética.

§ F.—Potencia de un imán es el momento magnético que corresponde a cada unidad de superficie de sus caras polares (Ec. 1), y es igual al producto de la densidad magnética por la longitud del imán. (Ec. 2).

Ecuaciones de definición $\mathcal{P} = \dfrac{A}{S}$ (1) $\mathcal{P} = \sigma\ l$ (2)

En efecto: $\mathcal{P} = \dfrac{A}{S} = \dfrac{m\ l}{S} = \dfrac{m}{S}\ l = \sigma\ l$

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathcal{P}] = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]$
Deducción

$$\mathcal{P} = \frac{A}{S} = \frac{m\ l}{l^2} = m\ L^{-1} = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L^{-1} = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\mathcal{P}] = [T^{-1}\ Q]$
Deducción

$$\mathscr{P} = \frac{A}{S} = m\ L^{-1} = (L\ T^{-1}\ Q)\ L^{-1} = T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema $[\mathscr{P}] = [T^{-1}\ Q]$

c g s u.e.m. = seg^{-1} u.e.m. = 1 u.e.m. de potencia magnética

Giorgi Amp = seg^{-1} coul = 1 seg^{-1} 10^{-1} u.e.m. = 10^{-1} u.e.m.

1 Amp = 10^{-1} u.e.m. cegesimales de potencia magnética.

Unidad electromagnética de potencia magnética, unidad C.G.S., es la potencia magnética de un imán de un centímetro de longitud y densidad magnética igual a la unidad cegesimal electromagnética. (Ec. 2).

La unidad de potencia magnética del sistema Giorgi es el amperio como deducimos de las dimensiones:

$$\mathscr{P} = T^{-1}\ Q = \frac{Q}{T} = i = \text{amperio};$$

esto es, la potencia magnética de un solenoide eléctrico es proporcional a la intensidad eléctrica de la corriente que circula por dicho solenoide.

Equivalencia

Amperio 1 Amp = 10^{-1} u.e.m. cegesimales de potencia magnética.

§ G.—Potencial magnético en un punto de un campo de fuerzas magnético es el trabajo necesario para llevar la unidad de masa magnética desde el punto hasta el infinito, o prácticamente al límite del campo. Viene dado por la ecuación (Ec. 1) en que m es la masa magnética creadora del campo y r la distancia del punto a la masa magnética.

Ecuación de definición $\mathscr{V} = \dfrac{m}{\mu\ r}$ (1)

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathscr{V}] = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]$

Deducción

$$\mathscr{V} = \frac{m}{r} = m\ L^{-1} = (M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1})\ L^{-1} = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\mathscr{V}] = [T^{-1}\ Q]$

Deducción

$$\mathscr{V} = \frac{m}{r} = m\ L^{-1} = (L\ T^{-1}\ Q)\ L^{-1} = T^{-1}\ Q$$

Equivalencia: Ec. Giorgi (igual a § F).

1 Amp = 10^{-1} u.e.m. C.G.S. de potencial magnético

Las dimensiones de potencial magnético son las mismas que las de potencia magnética, por lo tanto sus unidades y equivalencias también serán las mismas.

Unidad electromagnética de potencial magnético, unidad C.G.S., es el producido por la unidad cegesimal electromagnética de masa magnética, a la distancia de un centímetro. (Ec. 1).

La unidad de potencial magnético del sistema Giorgi es el Amperio como deducimos de su dimensiones:

$$\mathcal{V} = T^{-1} Q = \frac{q}{t} = i = \text{amperio}$$

esto es, el potencial magnético que un solenoide eléctrico crea en el centro de sus espiras, es proporcional al amperaje o intensidad de la corriente eléctrica que circula por dicho solenoide.

Equivalencia

Amperio 1 Amp = 10^{-1} u.e.m. cegesimales de potencial magnético.

§ H.—*Inducción magnética o densidad de flujo. Permeabilidad y susceptibilidad magnética.*—Si tenemos un solenoide eléctrico por el que circula una corriente eléctrica, el campo magnético creado en el centro de sus espiras viene dado por la ecuación de la 1.ª ley de Laplace (ver Ec. 2 § C). Mediante un magnetómetro comprobaremos que el valor del campo, supuesto constante el amperaje de la corriente y por lo tanto la intensidad magnética o excitación magnética, varía al introducir en el solenoide distintos núcleos o cuerpos magnéticos. Definiremos el nuevo valor del campo en el interior del solenoide, esto es, en el interior del núcleo, con el nombre de inducción magnética. El nuevo campo o inducción magnética viene dado por la superposición de dos campos; el magnetizante o excitación magnética H y el que crea al imanarse por inducción el núcleo o cuerpo magnético introducido. (Ec. 1). La inducción magnética se materializa por el número de líneas de fuerza del campo magnético por centímetro cuadrado; la podemos llamar densidad de flujo (ver Ec. 1 § I).

Ecuación de definición $B = H + 4\pi \mathcal{J}$ (1) $B = H\mu$ (2)

La inducción magnética depende del valor del campo magnetizante inductor o excitación magnética y de la permeabilidad magnética del núcleo o cuerpo magnético inducido. (Ec. 2).

(El sistema Mie llama intensidad de campo a la magnitud B).

Si en la ecuación (2) despejamos, tenemos: $\mu = \dfrac{B}{H}$, esto es;

la permeabilidad magnética de una substancia es la relación existente entre la inducción magnética y la intensidad del campo inductor o excitación magnética.

Si igualamos las ecuaciones (1) y (2) tenemos, dividiendo por H:

$$H + 4\pi \mathcal{J} = H\,\mu \qquad 1 + 4\pi \frac{\mathcal{J}}{H} = \mu$$

$$\frac{\mathcal{J}}{H} = K \ (3) \qquad 1 + 4\pi K = \mu \ (4)$$

Susceptibilidad magnética de una sustancia magnética (K), es la intensidad de imantación que adquiere al someterla a la inducción de un campo magnetizante de excitación magnética o intensidad de campo igual a la unidad (para $H = 1 \quad K = \mathcal{J}$). (Ec. 3).

De la ecuación (3) tenemos $\mathcal{J} = K\,H$; al aumentar H (ejemplo aumentando el amperaje de un solenoide eléctrico) aumentará $\mathcal{J}$, pero se llega a un límite, alcanzado el cual aunque aumente H, $\mathcal{J}$ no aumenta más, esto es, se ha conseguido la saturación magnética.

Ecuación dimensional electromagnética $[B] = [M^{1/2}\,L^{-1/2}\,T^{-1}]$
Deducción (Ec. de Laplace, 2.ª ley) $F = B\,i\,l$ (ver 11) $i = M^{1/2}\,L^{-1/2}\,T^{-1}$ (ver 12§ G).

$$B = \frac{F}{i\,l} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{i\,L} M\,T^{2}\,i^{-1} = M\,T^{-2}\,(M^{1/2}\,L^{1/2}\,T^{-1})^{-1} = \\ = M^{1/2}\,L^{-1/2}\,T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[B] = [M\,T^{-1}\,Q^{-1}]$

Deducción

$$B = \frac{F}{i\,l} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L\,(Q\,T^{-1})} = M\,T^{-1}\,Q^{-1}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.
Sistema $[B] = [M\ T^{-1}\ Q^{-1}]$
c g s u e m $=$ g. seg^{-1} $u.e.m.^{-1}$ $=$ 1 u.e.m. de inducción magnética o gauss.
Giorgi Newton/amp metro $=$ Kg seg^{-1} $coul^{-1}$ $= 10^{3}$ g. 1 seg^{-1} $(10^{-1})^{-1}$ uem $= 10^{4}$ uem $= 10^{4}$ gauss $=$ 1 miriagauss.
M i e sthen/amp cm $= 10^{7}$ g 1 seg^{-1} $coul^{-1}$ $= 10^{7}$ g 1 seg^{-1} $(10^{-1})^{-1}$ uem $= 10^{8}$ u.e.m. $= 10^{8}$ gauss

En el sistema electromagnético las dimensiones de inducción magnética son iguales a las de excitación magnética y a las de intensidad de imanación, por lo tanto las dimensiones de permeabilidad magnética y susceptibilidad magnética, para este sistema, serán cero.

Ecuaciones dimensionales electromagnéticas $[\mu] = 0$ $[K] = 0$

Ecuaciones dimensionales Giorgi $[\mu] = [L\ M\ Q^{-2}]$ $[K] = 0$

Deducción

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{M\,T^{-1}\,Q^{-1}}{L^{-1}\,T^{-1}\,Q} = M\ L\ Q^{-2}$$

Unidades

Unidad electromagnética de inducción magnética, unidad C.G.S., se llama gauss, es la inducción en el vacío de un campo magnetizante inductor de intensidad de campo igua la un oersted. (Ec. 2).

Para el vacío $B = H$ y $\mu = 1$; las substancias ferromagnéticas tienen $B > H$ de donde $\mu > 1$ (ejemplos: Fe, Co y Ni); las substancias diamagnéticas tienen $B < H$ de donde $\mu < 1$ (ejemplos: antimonio y bismuto). El gaus = maxwell/cm^2 (ver § i) es unidad c.g.s. electromagnética de densidad de flujo. (El flujo total de una masa magnética u.e.m. c.g.s situada dentro de una esfera de radio unidad es 4π maxwell y la inducción total 4π gauss).

La unidad de inducción magnética del sistema Giorgi es el $\dfrac{\text{newton}}{\text{amp. metro}}$ o miriagauss, como se deduce de la 2.ª ley de Laplace:

$$B = \frac{F}{i\,l} = \frac{\text{newton}}{\text{amp. metro}} = \frac{F}{(q:t)l} = \frac{F\,l}{(q:t)l^2} = \frac{W\,t}{q\,l^2} =$$

$$\frac{v\,t}{l^2} = \frac{\text{voltio . segundo}}{\text{metro}^2}$$

La unidad de intensidad de campo en el sistema Mie (el sistema Mie llama intensidad de campo a la magnitud que nosotros, siguiendo el criterio clásico, hemos denominado inducción) es el sthen/amp. cm, como deducimos de la ecuación de la 2.ª ley de Laplace:

$$B = \frac{F}{i\,l} = \frac{\text{sthen}}{\text{amp. cm}} = \frac{\text{voltio coulombio}}{\text{amp. cm}\quad\text{cm}} = \frac{\text{voltio segundo}}{\text{cm}^2};$$

[por ser 1 sthen = voltio coulombio/cm (ver 11, sistema M i e].

Equivalencia

gauss 1 gauss $= 1$ u.e.m. cegesimal $= 1$ maxwell/cm^2

Miriagauss 1 Mgauss $= 10^4$ uem cgs $= 1 \dfrac{\text{Newton}}{\text{Amp. metro}} = 1$ wb/m^2

$\dfrac{\text{Newton}}{\text{Amp. m}}$ (unidad Giorgi) $1 \dfrac{\text{Newton}}{\text{Amp. m}} = 1 \dfrac{\text{volt. seg}}{\text{m}^2} = 1$ Mgauss $= 10^4$ gauss

$\dfrac{\text{Sthen}}{\text{Amp. cm}}$ (unidad Mie) $1 \dfrac{\text{sthen}}{\text{Amp. cm}} = 1 \dfrac{\text{volt. seg}}{\text{cm}^2} = 10^4$ Mgauss$=10^8$ gauss

§ i.—Flujo de inducción de un campo magnético a través de una superficie, es el producto escalar del vector inducción magnética por el vector superficie. El flujo magnético a través de una superficie representa el número total de líneas de fuerza del campo magnético que atraviesan dicha superficie. (Ec. 1).

Ecuación de definición $\Phi = B\, S \cos \alpha$ (1) $\Phi = B\, S = H\, \mu\, S$ (2)

Si la dirección del campo coincide con el vector superficie, esto es, las líneas de fuerza atraviesan perpendicularmente dicha superficie ($\alpha = 0$) tenemos la Ec. 2.

[Otras ecuaciones en que interviene el flujo, ver 12 § L].

Ecuación dimensional electromagnética $[\Phi] = [M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}]$

Deducción (ver dimensiones de B en § H)

$$\Phi = B\, S = (M^{1/2}\, L^{-1/2}\, T^{-1})\, L^2 = M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi $[\Phi] = [M\, L^2\, T^{-1}\, Q^{-1}]$

Deducción (ver dimensiones de B en § H)

$$\Phi = B\, S = (M\, T^{-1}\, Q^{-1})\, L^2 = M\, L^2\, T^{-1}\, Q^{-1}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi

Sistema $[\Phi] = [M\ L^2\ T^{-1}\ Q^{-1}]$

c g s u.e.m. $=$ g cm^2 seg^{-1} u.e.m.$^{-1}$ $= 1$ u.e.m. o maxwell

Giorgi weber $=$ Kg m^2 seg^{-1} coul^{-1} $= 10^3$ g 10^4 cm^2 $(10^{-1})^{-1}$ u.e.m. $= 10^8$ u.e.m. $= 10^8$ maxwell

Unidades

Unidad electromagnética de flujo magnético, unidad c.g.s., se llama maxwell y es el flujo que atraviesa una superficie de un centímetro cuadrado colocada normalmente a las líneas de fuerza de un campo uniforme de un gauss de inducción magnética (Ec. 2) (sistema c.g.s. electromagnético: si s $= 1$ cm^2; B $= 1$ gauss; $\Phi = 1$ maxwell).

La unidad de flujo magnético del sistema Giorgi se llama weber y es el flujo que atraviesa una superficie de un metro cuadrado colocada normalmente a las líneas de fuerza de un campo uniforme de un miriagauss de inducción magnética (Ec. 2). (Sistema Giorgi: si $s = 1\ m^2$; $B = 1$ Mgauss; $\Phi = 1$ wb). El weber equivale al voltio segundo como se deduce de la 2.ª ley de Laplace: $F = B\,i\,l$; $B = \frac{F}{i\,l}$

y como

$$\Phi = B\,S = \frac{F}{i\,l}\,S = \frac{F\,l}{i} = \frac{W}{i} = V\,\frac{q}{i} = V\,t = \text{voltio . segundo.}$$

Equivalencia

Maxwell 1 maxwell $= 1$ gauss . $cm^2 = 1$ u.e.m. c.g.s. $= 10^{-8}$ wb.
Weber 1 wb $= 1$ Mgauss . $m^2 =$ voltio . segundo $= 10^8$ u.e.m. $= 10^8$ maxwell

§ J.—*Fuerza magnetomotriz.*—Si en un solenoide eléctrico introducimos entre sus espiras un núcleo de hierro dulce tendremos un electroimán, y si a este electroimán le curvamos de suerte que unimos los extremos del núcleo dispondremos de un circuito magnético, que se rige por la ley de Hopkinson más comúnmente conocida con el nombre de ley de Ohm del magnetismo. (Ec. 1).

Ecuaciones de definición $\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$ (1) $\quad \mathcal{F} = K\,i\,n = \frac{4\pi}{c}\,i\,n$ (2)

Ley de Hopkinson.—El flujo magnético que circula a través de un circuito magnético (el núcleo de nuestro electroimán), es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz desarrollada en el solenoide e inversamente proporcional a la reluctancia o resistencia magnética del núcleo o circuito magnético. (En esta ley el flujo juega el papel de la intensidad de la corriente; la f.m.m. el de la f.e.m. o d.d.p., y la reluctancia el de la resistencia eléctrica).

La ecuación (1) se deduce de la ecuación de flujo de inducción sustituyendo la intensidad de campo por su valor dado por la 1.ª ley de Laplace del solenoide:

$$\Phi = B\,S = H\mu\,S = K\,\frac{i\,n}{1/\mu\,S}\,\mu\,S = \frac{K\,i\,n}{1} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$$

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \quad \text{y} \quad \mathcal{F} = K\,i\,n$$

Fuerza magnetomotriz $\mathcal{F}$, es la causa que motiva el movimiento del flujo magnético a través del núcleo, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica que circula por el solenoide y al número de vueltas o espiras. (Ec. 2). La constante de proporcionalidad es igual a $4\pi/C$. Los valores de c (n.º de Maxwell) depende de las unidades en que midamos las magnitudes que intervienen en la ecuación (2) para n = 1 vuelta.

Sistema cgs electrostático (no se usa): i = ues, y $c = 3 . 10^{10}$;

$$F = \frac{4\pi}{3 . 10^{10}} \text{ gilberts.}$$

Sistema cgs electromagnético i = u.e.m. y c = 1; $F = 4\pi$ gilberts.

Sistema Giorgi i = amperios, y $c = \frac{1}{4}\pi$.
F = amperio vuelta.

Sistema práctico i = amperio, y c = 10;
F = 1,256 gilberts.

Teniendo presente la reciprocidad existente entre los números que miden una misma cantidad y las unidades empleadas en su medida, deducimos las equivalencias:

Sistema Giorgi 1 amp vuelta = 1,256 gilberts

Sistema electromagnético (como el amperio = 10^{-1} u.e.m. de intensidad):

1 amp vuelta = 10^{-1} uem vuelta = 1,256 gilberts de donde:

$$1 \text{ u.e.m. vuelta} = 10 . 1{,}256 \text{ gilberts} = 4\pi \text{ gilberts}$$

Ecuación dimensional electromagnética: $[\mathcal{F}] = [M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}]$

Deducción (para n = 1 vuelta)

$\mathcal{F} = i = M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}$ (ver 12 § G).

Ecuación dimensional Giorgi: $[\mathcal{F}] = [T^{-1}\ Q]$

Deducción (para n = 1 vuelta).

$\mathcal{F} = i = q/t = Q\ T^{-1}$

Equivalencia: Ec. Giorgi. ...

Sistema: $[\mathcal{F}] = [T^{-1}\ Q]$

c g s u.e.m. = seg^{-1} u.e.m. = 1 u.e.m. de f.m.m.

Giorgi Amp vuelta = seg^{-1} coul = 1 seg^{-1} 10^{-1} u.e.m. = 10^{-1} uem de f.m.m.

Unidades

Unidad electromagnética de fuerza magnetomotriz, unidad C.G.S., es la f.m.m. producida por una sola espira por la que circula una corriente de intensidad u.e.m. cgs o de intensidad 10 amperios. (Ec. 2).

La unidad de fuerza magnetomotriz del sistema Giorgi es el amperio vuelta o sea la f.m.m. producida por una sola espira por la que circula un amperio; vale 10^{-1} u.e.m. de f.m.m.

Gilbert, unidad del sistema práctico, es la f.m.m. producida por una sola espira por la que circula una corriente de intensidad 4π veces menor que la intensidad u.e.m. cegesimal de intensidad de corriente (Ec. 2),

Equivalencia

Amperio vuelta	1 A vuelta $= 10^{-1}$ u.e.m. $=$ 1,256 gilberts.
Gilbert	1 gilbert $=$ 1 : 1,256 A vuelta $=$ 1 : 4π u.e.m.
Unidad electromagnética	1 u.e.m. $=$ 10 A vuelta $=$ 4π gilberts.

§ K.—*Reluctancia y reluctividad.*—La ley de Hopkinsson del magnetismo, relaciona el flujo de un circuito magnético con la f.m.m. y la reluctancia (ver § J) (Ec. 1).

Se llama reluctancia, por analogía con resistencia eléctrica, a la resistencia que ofrece el circuito magnético al paso del flujo; representa el coeficiente de proporcionalidad entre la f.m.m. y el flujo (Ec. 1).

Es una característica del cuerpo magnético conductor (el núcleo del solenoide) dependiente de sus dimensiones y de su naturaleza química-magnética o reluctividad λ (Ec. 2).

Ecuación de definición $\mathcal{R} = \dfrac{\mathcal{F}}{\Phi}$ (1) $\mathcal{R} = \lambda \dfrac{l}{s}$ $\dfrac{l}{\mu \cdot s}$ (2)

[La ecuación (2) se deduce de la ecuación (1) ver § J].

La reluctividad es la inversa de la permeabilidad magnética y representa la reluctancia de un circuito magnético de longitud un centímetro y sección un cm².

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathcal{R}] = [L^{-1}]$

Deducción

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\Phi} = \frac{M^{1/2}\ L^{1/2}\ T^{-1}}{M^{1/2}\ L^{3/2}\ T^{-1}} = L^{-1}$$

Ecuación dimensional Giorgi ...$[\mathcal{R}] = [M^{-1}\ L^{-2}\ Q^{2}]$

Deducción

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\Phi} = \frac{T^{1}\ Q}{M\ L^{2}\ T^{-1}\ Q^{-1}} = M^{-1}\ L^{-2}\ Q^{2}$$

Equivalencia: Ec. Giorgi.

Sistema $[\mathcal{R}] = [M^{-1}\ L^{-2}\ Q^{2}]$

$$\text{c g s} \quad \text{uem} \quad = g^{-1}\ cm^{-2}\ u.e.m.^2 = 1 \text{ u.e.m. de reluctancia}$$

$$\text{Giorgi} \ \frac{\text{Amp}}{\text{volt seg}} = Kg^{-1}\ m^{-2}\ coul^2 = 10^3\ g^{-1}\ 10^{-4}\ cm^2\ (10^{-1})^2\ uem^2 = 10^{-9}\ uem.$$

Unidad electromagnética de reluctancia, unidad c.g.s. es la reluctancia de un circuito magnético que sometido a la f.m.m. de una u.e.m. cgs por él circula el flujo de un maxwell. (Ec. 1).

La unidad de reluctancia del sistema Giorgi es el $\frac{\text{Amp}}{\text{wb}}$ o $\frac{\text{Amp}}{\text{volt seg}}$ como deducimos de la ecuación (1) $\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\Phi} = \frac{\text{Amp}}{\text{w b}} = \frac{\text{Amp}}{\text{volt. seg}}$ no tiene nombre especial.

La reluctividad tiene como dimensiones las inversa de la permeabilidad (ver § H):

Ecuación dimensional electromagnética $[\lambda] = 0$
Ecuación dimensional Giorgi $[\lambda] = [M^{-1}\ L^{-1}\ Q^2]$
Equivalencia
Amperio por weber 1 A/wb = 1 A/volt seg = 10^{-9} uem cgs de reluctancia.

§ L.—Permeancia y permeabilidad magnética. El valor inverso de la reluctancia se llama permeancia y el valor inverso de la reluctividad se llama permeabilidad magnética. La permeancia representa por lo tanto la facilidad que ofrece un núcleo o cuerpo magnético al paso del flujo. La magnitud permeabilidad magnética fué estudiada en § H.

Ecuación de definición $$\mathcal{G} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \mu \frac{s}{l} \quad (1)$$

Ecuación dimensional electromagnética $[\mathcal{G}] = [L]$ $[\mu] = 0$
Ecuación dimensional Giorgi $[\mathcal{G}] = [M\ L^2\ Q^{-2}]$ $\mu = [L\ M\ Q^{-2}]$
Equivalencia: Ec. Giorgi
Sistema $[\mathcal{G}] = [M\ L^2\ Q^{-2}]$
c g s u e m $= g\ cm^2\ uem^{-2} = 1$ u.e.m. ó cm
Giorgi wb/A $= Kg\ m^2\ coul^{-2} = 10^3\ g\ 10^4\ cm^2\ (10^{-1})^{-2}\ uem^{-2} = 10^9$ uem.

Equivalencia

Weber por amperio 1 wb/A $= \frac{\text{voltio seg}}{\text{Amperio}} = 10^9$ uem cgs de permeancia.

VII

ECUACIONES DIMENSIONALES DE ALGUNAS CONSTANTES FISICAS DE PROPORCIONALIDAD

14.—Ecuación de Newton de la gravitación universal

Constante de gravitación K.

Ecuación de definición $F = K \dfrac{\mathfrak{M} \cdot \mathfrak{M}'}{d^2}$

Ecuación dimensional $[K] = [M^{-1}\ L^3\ T^{-2}]$

Deducción (Para $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}'$)

$$K = \frac{F\, d^2}{\mathfrak{M}^2} = M^{-2}\ L^2\ (M\ L\ T^{-2}) = M^{-1}\ L^3\ T^{-2}$$

Equivalencia

Sistema $[K] = [M^{-1}\ L^3\ T^{-2}]$

c g s Kc $= g^{-1}\ cm^3\ seg^{-2} = 1$ Kc

Giorgi Kg $= Kg^{-1}\ m^3\ seg^{-2} = 10^{-3}\ g^{-1} (10^2)^3\ cm^3\ 1\ seg^{-2} = 10^3$ Kc

Teniendo presente la reciprocidad existente entre los números que miden una misma magnitud y las unidades empleadas en su medida deducimos:

La unidad giorgi de K $= 10^{-3}$ unidades cegesimales.

Valores de K

Sistema c.g.s. $K = 6{,}7 \cdot 10^{-8}\ g^{-1}\ cm^3\ seg^{-2}$

Sistema Giorgi $K = 10^{-3} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-8} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ Kg^{-1}\ m^3\ seg^{-2}$

Ejemplo: con qué fuerza se atraerán dos masas materiales de 1 Kg cada una situadas a un metro de distancia.

$$\text{Sistema Giorgi } F = K \frac{M \cdot M'}{d^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \text{ newtons}$$

$$\text{Sistema c.g.s.} \quad F = K \frac{M M'}{d^2} = 6{,}7 \,.\, 10^{-8} \frac{10^3 \,.\, 10^3}{(10^2)^2} = 6{,}7 \,.\, 10^{-6} \text{ dinas}$$

En efecto: $6{,}7 \,.\, 10^{-11}$ newtons $= 6{,}7 \,.\, 10^{-11} \,.\, 10^5 = 6{,}7 \,.\, 10^{-6}$ dinas

15.—Ecuación de Coulomb de la electrostática

Constante dieléctrica ε

Ecuación de definición $F = \dfrac{q\,q'}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^2}$

Ecuación dimensional Giorgi $[\varepsilon] = [M^{-1}\,L^{-3}\,T^2\,Q^2]$

Deducción (para $q = q'$)

$$\varepsilon = \frac{q^2}{F\,r^2} = Q^2\,L^{-2}\,F^{-1} = Q^2\,L^{-2}\,(M\,L\,T^{-2})^{-1} = M^{-1}\,L^{-3}\,Q^2$$

Equivalencia

Sistema $[\varepsilon] = [M^{-1}\,L^{-3}\,T^{-2}\,Q^2]$

c g s $\varepsilon_c = g^{-1}\,cm^{-3}\,seg^{-2}\,ues^2 = \varepsilon_c$

Giorgi $\varepsilon_g = Kg^{-1}\,m^{-3}\,seg^{-2}\,coul^2 = 10^{-3}\,g^{-1}\,(10^2)^{-3}\,cm^3 \,.\, (3 \,.\, 10^9)^2$ u.e.s.$^2 = 10^{-9} \,.\, 9 \,.\, 10^{18} = 9 \,.\, 10^9\,\varepsilon_c$

Teniendo presente la reciprocidad existente entre los números que miden una misma magnitud y las unidades empleadas en su medida reducimos:

La unidad Giorgi de $\varepsilon = \dfrac{1}{9 \,.\, 10^9}$ unidades c.g.s.

Valores de ε (para el vacío ε_0)

Sistema c.g.s. $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\,\pi}$

Sistema Giorgi $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{9 \,.\, 10^9\,4\,\pi}$

16.—Ecuación de Hooke de elasticidad por tracción

Constante de elasticidad o módulo de Young E

Ecuación de definición $\Delta\,l = \dfrac{l}{E}\,\dfrac{1}{S}\,F$

Ecuación dimensional $[E] = [M\ L^{-1}\ T^{-2}]$

Deducción

$$E = \frac{l\ F}{\Delta l\ S} = F\ L^{-2} = (M\ L\ T^{-2})\ L^{-2} = M\ L^{-1}\ T^{-2}$$

El módulo de Young tiene, como podemos observar, las mismas dimensiones que la magnitud presión.

Valores de E (Ejemplo E del acero).

$E = 19\text{-}21 \cdot 10^{11}$ dinas/cm^2 ó barias $= 19\text{-}21 \cdot 10^3$ Kgf./mm^2

VIII

HOMOGENEIDAD DE LAS ECUACIONES FISICAS

17.—Ecuaciones de velocidad de caída de los graves

Toda ecuación física debe ser homogenea si es correcta, para ello debe existir igualdad de dimensiones entre los dos miembros de la misma.

Ecuación de definición $V = \sqrt{V_0^2 + 2\,g\,h}$
(Velocidad *V* debida a una altura *h*) $[A] = [V] = L\,T^{-1}$
Ecuación dimensional 2.º miembro $[B] = [L\,T^{-1}]$

Deducción $(B = \sqrt{V_0^2 + 2\,g\,h})$

$$(V_0^2 + 2\,g\,h)^{1/2} = [(L\,T^{-1})^2 + (L\,T^{-2})\,L]^{1/2} = [L^2\,T^{-2} + L^2\,T^{-2}]^{1/2} = \\ = L\,T^{-1}$$

Homogeneidad $[A] = [B]$.

18.—Ecuación de la potencia de un salto de agua

Ecuación de definición $P = c\,.\,h$ = caudal x altura
La ecuación correcta es (por ser el peso específico del agua igual a la unidad, se emplea abreviadamente la anterior):

$$P = c\,.\,h\,.\,P_e = c\,.\,h\,.\,D\,.\,g = (S\,V)\,h\,.\,D\,.\,g$$

(caudal = sección x velocidad)

Ecuación dimensional primer miembro $[A] = [M\,L^2\,T^{-3}]$
Deducción

$$P = \frac{W}{t} = T^{-1}\,(M\,L^2\,T^{-2}) = M\,L^2\,T^{-3}$$

Ecuación dimensional segundo miembro $[B] = [M\ L^2\ T^{-3}]$

Deducción

$$S\,V\,h\,D\,g = L^2\,(L\,T^{-1})\,L\,(M\,L^{-3})\,L\,T^{-2} = M\,L^5\,L^{-3}\,T^{-3} = M\,L^2\,T^{-3}$$

Homogeneidad $[A] = [B]$

19.—Ecuación del teorema de Leibnitz o de las fuerzas vivas

a) Dinámica del punto material.

Ecuación de definición $F_\theta = \dfrac{1}{2}\,m\,(V_1^2 - V_2^2)$

Ecuación dimensional primer miembro $[A] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

Deducción

$F_\theta = (M\,L\,T^{-2})\,L = M\,L^2\,T^{-2}$

Ecuacion dimensional segundo miembro $[B] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

Deducción

$$\frac{1}{2}\,m\,V^2 = M\,V^2 = M\,(L\,T^{-1})^2 = M\,L^2\,T^{-2}$$

Homogeneidad $[A] = [B]$ ...

b) Dinámica de rotación del sólido rígido.

Ecuación de definición $L\alpha = \dfrac{1}{2}\,I\,(\omega_1^2 - \omega_2^2)$

Ecuación dimensional primer miembro $[A] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

$L\,\alpha = F\,b\,(M\,L\,T^{-2})\,L = M\,L^2\,T^{-2}$

$L = F\,b$ (Momento de un par = fuerza por el brazo del par)

$\alpha = \dfrac{s}{r} = \dfrac{L}{L} = 1$ (ángulo = arco : radio) carece de dimensiones.

Ecuación dimensional segundo miembro $[B] = [M\ L^2\ T^{-2}]$

Deducción

$I\,\omega^2 = m\,r^2\,(v\,r^{-1})^2 = M\,L^2\,(L\,T^{-1}\,L^{-1})^2 = M\,L^2\,T^{-2}$

$I = m\,r^2$ (momento de inercia = a la masa del sólido por el cuadrado de la distancia al eje de giro).

$= \dfrac{v}{r}$ (velocidad angular = velocidad lineal : radio).

Homogeneidad $[A] = [B]$.

IX

PASO DE UN SISTEMA DE UNIDADES A OTRO

20.—Paso del sistema técnico al inglés

La equivalencia entre las unidades de los distintos sistemas en las distintas magnitudes físicas ha sido estudiada al desarrollar cada una de ellas; completaremos este estudio con los ejercicios siguientes:

a) La relación entre el paso de rosca y el diámetro de un tornillo en el sistema métrico, puede expresarse por la fórmula:

$$P = 0{,}225 \; d^{3/4}$$

en la que P (paso) y d (diámetro) se dan en milímetros.

Obtener la fórmula equivalente, en el sistema inglés, cuando P y d se expresan en pulgadas.

$$(1 \text{ pulgada} = 2{,}54 \text{ cm} = 25{,}4 \text{ mm} \qquad 1 \text{ mm} = \frac{1}{25{,}4} \text{ pulgadas})$$

Ecuación dimensional de la constante de proporcionalidad.

$P = 0{,}225 \; d^{3/4} \qquad P = K \, d^{3/4} \qquad [K] = [L^{1/4}]$

Deducción

$$K = \frac{P}{d^{3/4}} = P \, d^{-3/4} = L \, L^{-3/4} = L^{1/4}$$

Equivalencia

$$K = 0{,}225 \text{ mm}^{1/3} = 0{,}225 \; (1/25{,}4)^{1/4} \text{ pulgada}^{1/4} = 0{,}1002248 \text{ pulg.}$$

Ecuación inglesa $P = 0,1002248\ d^{2}$, (P y d en pulgadas).

b) Según las normas hamburguesas para calderas de vapor, se calcula el diámetro del núcleo del tornillo con la fórmula empírica:

$$d\ (cm) = 0{,}045\ \sqrt{K} + 0{,}5 \qquad (K \text{ en Kgf})$$

siendo K la tracción en Kilogramos que se ejerce sobre el núcleo.

Expresar la fórmula tomando como unidades la pulgada y la libra del sistema inglés.

(1 libra inglesa = 0,454 Kgf 1 pulgada = 2,54 cm)

Ecuaciones dimensionales de las constantes de proporcionalidad.

$$d = a\sqrt{K} + b \qquad [a] = [L\ F^{-1/2}] \qquad [b] = [L]$$

Deducción (d = L K = F).

$$L = a\sqrt{F} + b \left\{ \begin{array}{ll} b = 0 & L = a\sqrt{F} = a\ F^{1/2} \qquad a = L\ F^{-1/2} \\ a = 0 & L = b \end{array} \right.$$

Equivalencia

$$b = 0{,}5\ cm = 0{,}5\ \frac{1}{2{,}54}\ \text{pulgadas} = 0{,}197 = 0{,}2\ \text{pulgadas}$$

$$a = 0{,}045\ cm\ Kg^{-/12} = 0{,}045\ (1/2{,}54)\ \text{pulgadas} \cdot (1/0{,}454)^{-1/2} \text{libras}^{-1/2} = \\ = 0{,}13\ \text{pulgada} \cdot \text{libra}^{-1/2}$$

Ecuación inglesa $d\ (\text{pugada}) = 0{,}13\sqrt{K} + 0{,}2$ (K en libras)

X

DEDUCCION DE FORMULAS FISICAS

21.—Ecuación de la fuerza centrífuga

El estudio experimental de la fuerza centrífuga nos enseña que ésta es función de la masa del móvil; de su velocidad y del radio de la curva:

$$F_c = f\,(M^a\ V^b\ R^c) \qquad (1)$$

Ecuación dimensional del primer miembro $[A] = [M\ L\ T^{-2}]$

Deducción

$$F_c = M^a = M\ L\ T^{-2}$$

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [M^a\ L^{b+c}\ T^{-b}]$

Deducción

$$M^a\ V^b\ R^c = M^a\ (L\ T^{-1})^b\ L^c = M^a\ L^{b+c}\ T^{-b}$$

Homogeneidad

La condición de homogeneidad existe cuando:

$a = 1;\quad b + c = 1;\quad -b = -2;\quad b = 2;\ 2 + c = 1;\ c = -1$

sustituyendo en la ecuación (1) a, b, c, por sus valores tenemos:

Ecuación de definición $F_c = \dfrac{M\ v^2}{R}$

22.—Ecuacion de la resistencia de los flúidos al movimiento de los cuerpos: Paracaídas

El estudio experimental nos enseña que la resistencia que oponen los fluidos al movimiento de los cuerpos en su seno es función de la superficie de éstos normal al movimiento (no es lo mismo mover una hoja grande de cartulina de perfil o normal a su superficie), de la velocidad con que se mueven y de la densidad del fluido:

$$R = f\,(S^a\, V^b\, D^c) \quad (1)$$

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [M^c\, L^{2a+b-3c}\, T^{-b}]$

Deducción

$S^a\, V^b\, D^c = (L^2)^a\, (L\, T^{-1})^b\, (M\, L^{-3}) = L^{2a+b-3c}\, M^c\, T^{-b}$

Homogeneidad

La condición de homogeneidad existe cuando:

$$c = 1;\ 2a + b - 3c = 1;\ -b = -2;\ b = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2a + b - 3c = 1 \\ 2a + 2 - 3 = 1 \end{array} \right.$$

$2a = 1 + 3 - 2 = 2; \quad a = 1$

Sustituyendo en la ecuación (1) a, b, y c por sus valores tenemos:

Ecuación de definición $R = D\,S\,r^2 \quad (2)$

La densidad media del aire es $1{,}293\ Kg/m^3 = \dfrac{1{,}293}{9{,}8} = 0{,}13$ u. técnicas

Paracaídas

La velocidad máxima de descenso de un paracaídas es directamente proporcional a la raíz cuadrada del peso e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la superficie.

$$V = \sqrt{\frac{P}{0{,}13\,S}} \quad (3) \qquad (P = Kgf \qquad S = m^2 \qquad V = m/seg)$$

Deducción

De la ecuación (2) tenemos: $V = \sqrt{\dfrac{R}{0{,}13\,S}} \quad (4)$

El peso del paracaídas: $P = m\,g$

El peso aparente será $P - R = m\,g'$

La aceleración de caída: $g' = \dfrac{P - R}{m} \quad (5)$

Al tirarse el parachutista a medida que aumenta su velocidad de caída V, aumentará R (Ec. 2) y P – R disminuirá con lo que (Ec. 5) g′ tiende a cero.

Cuando el valor alcanzado por la resistencia del aire sea igual al peso del parachutista, el movimiento de caída deja de ser acelerado para ser uniforme:

$$\text{Si } P = R,\ g' = \frac{P-R}{m} \text{ (Ec. 5)} = 0 \quad y \qquad V = V_{max} = K$$

Si en la ecuación (4) hacemos $R = P$, $V = V_{max}$, se obtiene, finalmente, la ecuación (3).

23.—Ecuación del péndulo

El período de un péndulo es función de su longitud y de la aceleración de la gravedad.

$$T = f\,(l^a\, g^b) \quad (1)$$

Ecuación dimensional del primer miembro $[A] = [T]$

($\mathcal{T} = T$ período es el tiempo invertido en realizar una oscilación completa).

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [L^{a+b}\, T^{-2b}]$

Deducción

$$l^a\, g^b = L^a\,(L\,T^{-2})^b = L^{a+b}\, T^{-2b}$$

Homogeneidad

La condición de homogeneidad existe cuando:

$$a+b = 0\ ;\ -2b = 1\ ;\ b = -\frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} a + b = 0 \\ a - \dfrac{1}{2} = 0 \end{array} \right. \qquad a = \frac{1}{2}$$

Sustituyendo en la ecuación (1) a y b, por sus valores tenemos:

$$\mathcal{T} = l^{1/2}\, g^{-1/2} = \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

; la fórmula completa es:

Ecuación de definición $\mathcal{T} = 2\,\pi \sqrt{\dfrac{l}{g}}$

24.—Ecuación de la potencia de la hélice de un aeroplano

La potencia de la hélice de un aeroplano depende del radio de la hélice, de la velocidad angular de ésta y de la densidad del aire:

$$P = f(R^a \omega^b D^c) \quad (1)$$

Ecuación dimensional del primer miembro $[P] = [M L^2 T^{-3}]$

Deducción

$$P = \frac{W}{t} = F L T^{-1} = (M L T^{-2}) L T^{-1} = M L^2 T^{-3}$$

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [M^c L^{a-3c} T^{-b}]$

Deducción

$$R^a \omega^b D^c = R^a (V : R)^b D^c = L^a (L T^{-1} L^{-1})^b (M L^{-3})^c =$$
$$= M^c L^a L^{-3c} T^{-b} = M^c L^{a-3c} T^{-b}$$

La condición de homogeneidad existe cuando:

$c = 1$; $a - 3c = 2$; $a - 3 = 2$; $a = 5$; $-b = -3$; $b = 3$

Sustituyendo en la ecuación (1) a, b, y c, por sus valores tenemos:

Ecuación de defininición $P = R^5 \omega^3 D$

25.—Ecuación de Laplace de la velocidad de propagación de las ondas elásticas longitudinales

El movimiento ondulatorio se define como la propagación en un medio elástico de un movimiento vibratorio, diciéndose que la vibración avanza por ondas.

Las partículas del medio se limitan a oscilar a uno y otro lado de la posición media de equilibrio al ser alcanzadas por la onda y según sean las oscilaciones normales o en la misma dirección a la del avance de la onda las ondas serán transversales o longitudinales. Lo que avanza con la onda no son pues las partículas (masa) del medio; sino la energía ondulatoria.

De lo expuesto deducimos que la velocidad de propagación de las ondas longitudinales dependerá de la densidad del medio (partículas o masa por unidad de volumen que oscilan) y de sus propiedades elásticas (módulo de Young si el medio es sólido y módulo de compresión si es líquido o gaseoso).

$$v = f(E^a D^b) \quad (1)$$

Ecuación dimensional del primer miembro $[A] = [L\ T^{-1}]$

Deducción

$$v = \frac{e}{t} = L\ T^{-1}$$

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [M^{a+b}\ L^{-a-3b}\ T^{-2a}]$

Deducción

Según *16* las dimensiones del módulo de Young son las de la magnitud presión

$$E = \frac{F}{S} = (M\ L\ T^{-2})\ L^{-2} = M\ L^{-1}\ T^{-2}\ ; \quad D = \frac{M}{V} = M\ L^{-3}$$

$$E^a\ D^b = (M\ L^{-1}\ T^{-2})^a\ (M\ L^{-3})^b = M^{a+b}\ L^{-a-3b}\ T^{-2a}$$

Homogeneidad

La condición de homogeneidad existe cuando: $[A] = [B]$

$$a + b = 0; \quad -a-3b = 1; \quad -2a = -1; \quad a = 1/2; \quad -1/2 - 3b = 1;$$
$$3b = -1/2 - 1 = -3/2; \quad b = -1/2$$

Sustituyendo en la ecuación (1) a y b por su valores tenemos:

$$v = E^a\ D^b = E^{1/2}\ D^{-1/2} = \left(\frac{E}{D}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

Ecuación de Laplace $V = \sqrt{\frac{E}{D}}$

26.—Paso del régimen laminar al turbulento: Indice de Reynolds

Se llama velocidad crítica a la velocidad en que cambia el régimen de corriente laminar o régimen de Poiseuille a régimen turbulento. Si la velocidad es menor a la crítica el líquido cumple la ley de Poiseuille (régimen laminar) y si la velocidad es superior a la crítica el líquido no cumple la ley de Poiseuille y el régimen es turbulento.

Si tenemos un líquido en circulación por un tubo su velocidad característica (V_0) dependerá de la viscosidad y densidad del líquido y del radio del tubo:

$$V_0 = f\ (r^a\ D^b\ \eta^c) \qquad (1)$$

Ecuación dimensional del primer miembro $[A] = [L\ T^{-1}]$

Deducción

$$V = \frac{e}{t} = L\,T^{-1}$$

Ecuación dimensional del segundo miembro $[B] = [M^{b+c}\,L^{a-3b-c}\,T^{-c}]$

Deducción

Según II § T las dimensiones del coeficiente de viscosidad η son:

$$\eta = M\,L^{-1}\,T^{-1}\,; \quad r = L;\ D = \frac{M}{V} = M\,L^{-3}$$

$$r^a\,D^b\,\eta^c = L^a\,(M\,L^{-3})^b\,(M\,L^{-1}\,T^{-1})^c = M^{b+c}\,L^{a-3b-c}\,T^{-c}$$

Homogeneidad

La condición de homogeneidad existe cuando: $[A] = [B]$

$$b + c = 0;\ a - 3b - c = 1;\ -c = -1;\ c = 1;\ b = -1;$$
$$a + 3 - 1 = 1;\ a = -1$$

Sustituyendo en la ecuación (1) a, b y c por sus valores, tenemos:

$$V_0 = r^a\,D^b\,\eta^c = r^{-1}\,D^{-1}\,\eta^1 = \frac{\eta}{r\,D}$$

El cociente de la velocidad crítica a la velocidad característica será un número sin dimensiones. Este cociente se le denomina número de Reynolds y es una constante que puede ser calculada para cada conducción recorrida por un determinado flúido, su valor aproximado es 1.200.

$$R = \frac{V_c}{V_o} = \frac{V_c\,r\,D}{\eta}$$

N.º Reynolds $<$ 1.200; $V < V_c$ régimen turbulento .
N.º Reynolds $>$ 1.200; $V > V_c$ régimen laminar.

Depósito Legal MU. 17-1958

SUC. DE NOGUES. - MURCIA